Prueba de selección
6 de junio de 2006

Nombre:…………………………………………………….................................
Apellidos:…………………………………………………..................................
Fecha de nacimiento:………………Colegio:……………..................................
Teléfonos:…………………………………………………................................

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar

En primer lugar debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

Queremos conocer no solamente tus soluciones, sino sobre todo tus propios caminos hacia la solución.

Para ello te hemos propuesto los problemas cada uno en una hoja. El espacio libre lo puedes utilizar para tus observaciones y cálculos. Si este espacio no te basta utiliza por favor el reverso de la hoja y si aún te falta espacio utiliza otra hoja en blanco que nos puedes pedir. De ningún modo debes utilizar una hoja para cálculos y observaciones que se refieran a dos ejercicios distintos.

Al final nos debes entregar todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Estas ideas, deberías tratar de describírnoslas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

Además tenemos una curiosidad, **¿cómo te has enterado de esta convocatoria?**

- ❑ A través de tu colegio,
- ❑ A través de otros medios.

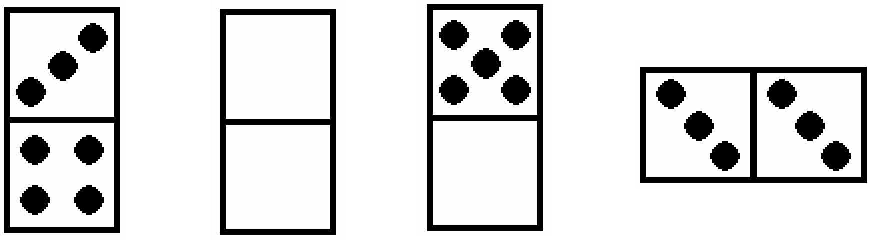
Tienes dos horas en total. No deberías emplear demasiado tiempo para un mismo ejercicio. Consejo: máximo tiempo para un ejercicio 30 minutos.

.

Te deseamos mucho éxito.

Problema nº 1. Dominó/Triminó

Las fichas del juego del dominó son rectángulos formados a partir de la unión de dos cuadrados. En esos cuadrados hay puntos que pueden variar de cero a seis. Así tenemos la ficha 3-4 (o 4-3 que es la misma), la 0-0 (conocida como blanca doble) la 0-5, la 3-3 ...

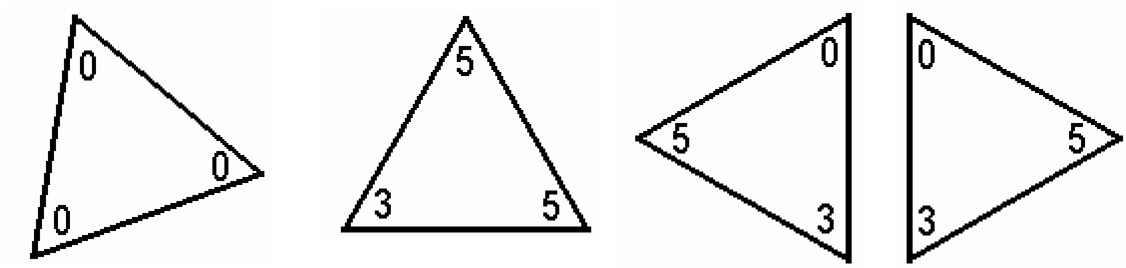


Un juego completo de dominó, donde no hay piezas repetidas, se compone de 28 fichas

a) Si quisiéramos hacer un dominó en el que los puntos de cada cuadrado sólo fueran de 0 a 4, ¿cuántas fichas tendría el juego completo?

b) ¿Y si los puntos fueran de 0 a 10?.

El juego del triminó es parecido al del dominó, las fichas son triángulos equiláteros y cada una lleva tres valores (números en vez de puntos), uno en cada vértice, tal como podéis ver en los ejemplos siguientes:

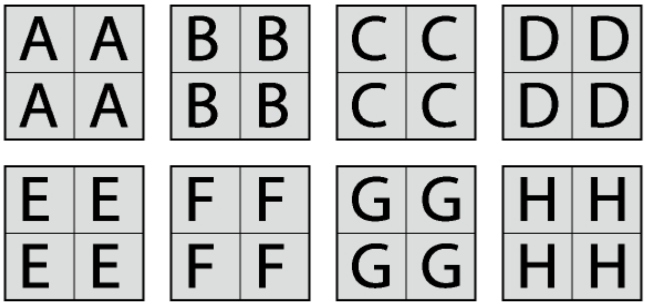


(Dos fichas diferentes)

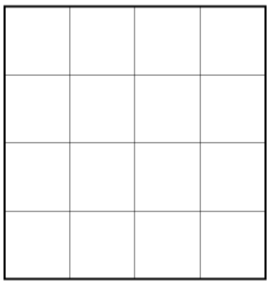
c) Dos fichas son iguales si tienen los mismos tres números y están colocados en el mismo orden circular ¿Cuántas fichas diferentes hay en un triminó que tiene en los vértices números de 0 a 5.

Problema nº 2: El juego de los cartones

Ocho alumnos de una clase, Aurora, Berta, Clara, David, Ester, Fernando, Gloria y Helia tienen ocho cartones cuadrados, todos de la misma medida, donde han escrito sus iniciales (cuatro iniciales en cada cartón.)

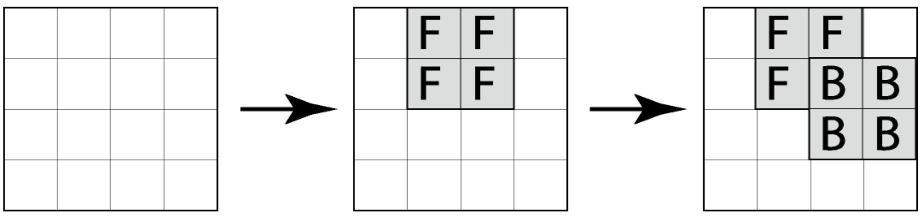


Queremos hacer un juego que consiste en colocar sucesivamente los cartones cuadrados en un tablero, también cuadrado, que tiene la longitud del lado doble de las de los cartones:

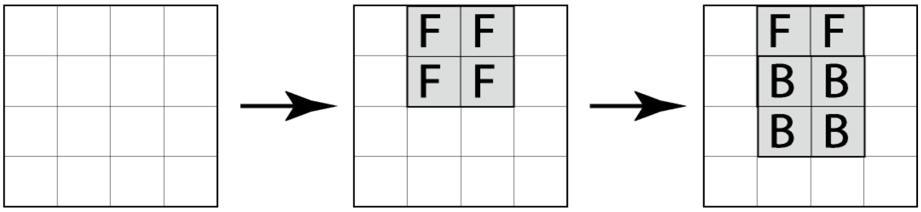


Cada cartón se ha de colocar con los lados paralelos a los del tablero y se ha de hacer de manera que cada cartón que se coloca tape parcialmente el anterior (el segundo ha de tapar una parte del primero, el tercero una parte del segundo – y también si se quiere una parte del primero –, el cuarto una parte del tercero y si se quiere de los anteriores, etc...)

Una posible sucesión de jugadas podría ser ésta:



Y otra sucesión posible es ésta:



Después de haber hecho las ocho jugadas el tablero presenta este aspecto:

H	G	D	D
H	B	B	D
A	B	B	C
F	F	E	C

a) De los ocho alumnos, ¿quién fue el último en jugar?

b) Y ¿quién fue el penúltimo?

c) ¿Cuál ha sido el orden en el que se han hecho las jugadas?

d) Crees que sin jugar las 8 personas que, pero siguiendo las instrucciones del juego, se podría llegar a cubrir todo el tablero? ¿Con cuantas jugadas? Da un ejemplo, indica el orden en el que juegan y di cómo queda el tablero.

Problema nº 3: Poli_amantes

Un poliamanates una figura formada por varios triángulos equiláteros, todos con lados del a misma longitud, unidos por uno de sus lados. Por ejemplo, con dos triángulos equiláteros se puede forma una sola figura, el **diamante**, y con tres triángulos equiláteros se puede formar también una sola figura, el **triamante**. Varias representaciones, todas iguales, de ambas aparecen en las Figuras 1 y 2 respectivamente.

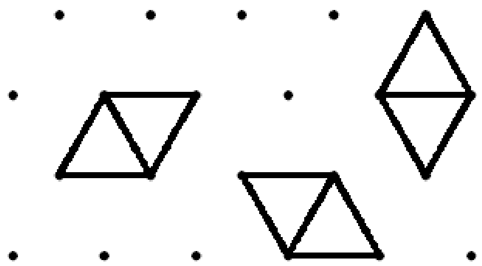


Figura 1: Diamante

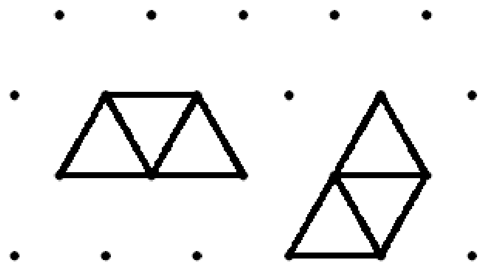
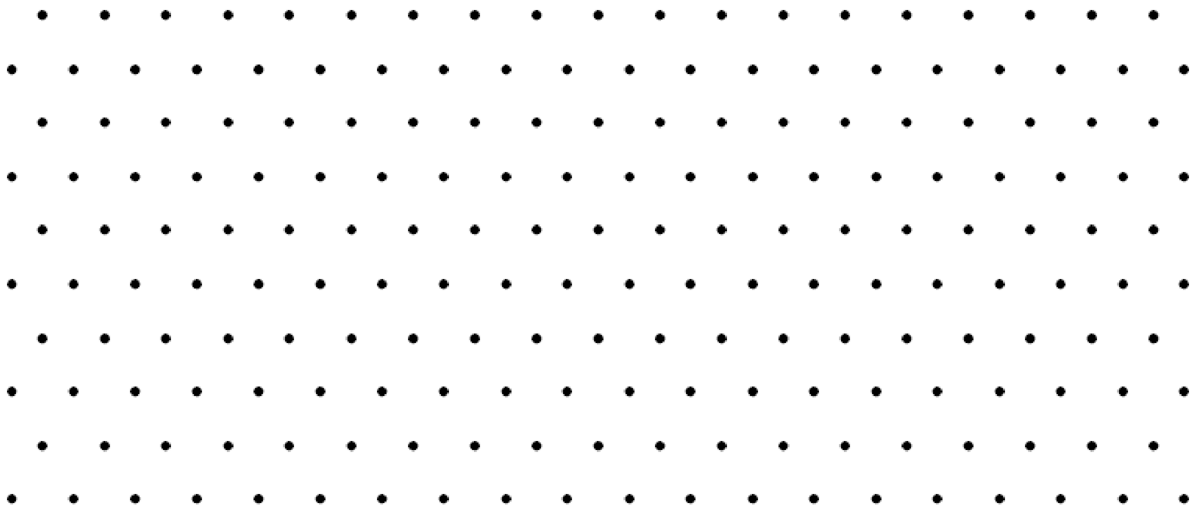


Figura 2: Triamante

Contesta a las siguientes preguntas y justifica las respuestas:

a) ¿Cuántas figuras diferentes podemos formar con cuatro triángulos equiláteros? Las llamaremos los **tetramantes**. Dibuja cada uno de ellos en la trama de puntos que te hemos proporcionado. ¿Tienen todos la misma superficie?



b) Si el lado del triángulo equilátero mide 1, calcula el perímetro de cada uno de los tetramantes. ¿Cuál o cuáles de ellos son el desarrollo de una pirámide de base triangular?

c) Varios tetramantes se han combinado para formar la Figura 3. Halla una descomposición de los tetramantes con la que se obtiene esa figura.

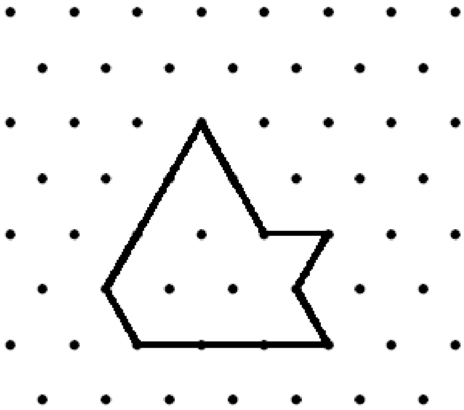
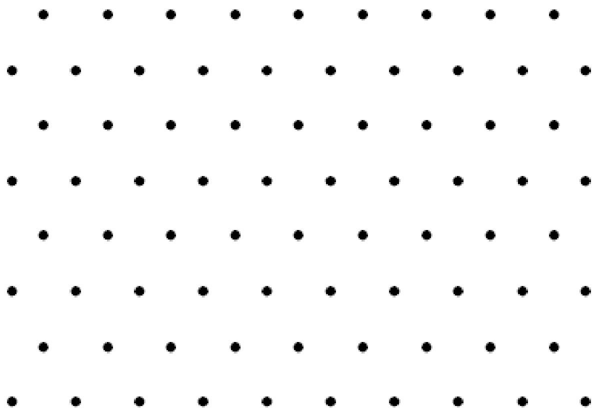


Figura 3



d) ¿Cuántas figuras diferentes podemos formar con cinco triángulos equiláteros? Las llamaremos los **pentamantes**. Dibuja cada uno de ellos en la trama de puntos que te hemos proporcionado. Si el lado del triángulo equilátero mide 1, calcula el perímetro de cada uno de los pentamantes.

e) Varios pentamantes se han combinado para formar la Figura 4, Halla un disposición de los pentamantes con la que se obtiene esa figura.

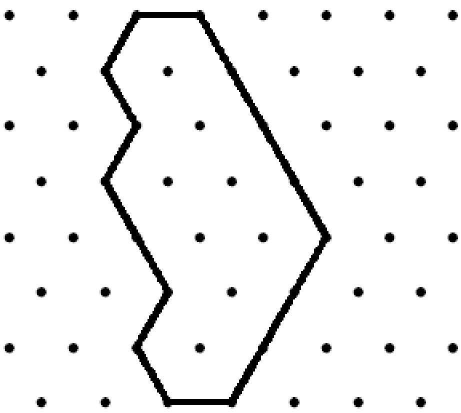
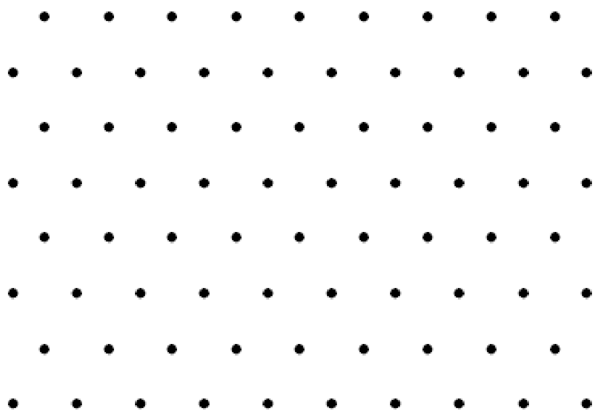


Figura 4



Problema nº 4: El cubo rodante

Se tiene un cubo, con números del 1 al 6, en cada una de sus caras, cuyo desarrollo es el dado en la Figura 1.

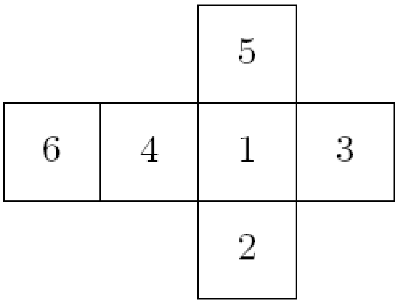


Figura 1

a) La Figura 2 representa también el desarrollo de un cubo. ¿Es este cubo igual al cubo inicial de la Figura 1? Justifica la respuesta.

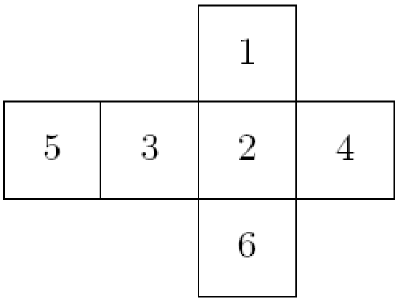


Figura 2

Se dispone de un tablero con doce casillas del mismo tamaño que las caras del cubo. Se coloca el cubo en la casilla A-1 del tablero, siendo la cara superior la ocupada por el número 1. Cada movimiento del cubo consiste en voltearlo sobre una de sus aristas hasta situarlo en una de las casillas vecinas.

b) Explica por qué la configuración de la Figura 3 no se puede obtener mediante el proceso antes descrito de movimientos del cubo a partir de la posición A-1.

	1	2	3	4
A	1	4	2	1
B	3	3	6	5
C	2	3	2	6

Figura 3

Se han realizado, desde la posición inicial una serie de movimientos de forma que el cubo ha pasado una sola vez por cada una de las casillas del tablero y en cada una hemos anotado el número que figura en la cara de arriba. El resultado obtenido es el que aparece en la Figura 4.

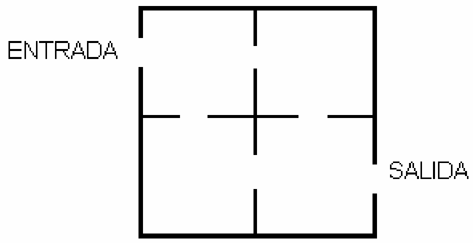
c) Di cuál ha sido el camino que, sobre el tablero, ha seguido el cubo en el ejemplo de la Figura 4, explicando tu razonamiento.

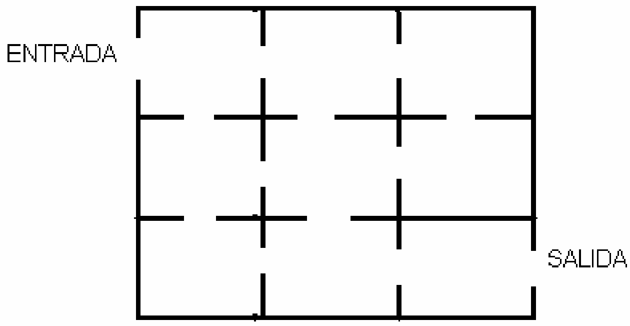
	1	2	3	4
A	1	4	6	3
B	3	3	5	5
C	2	6	6	4

Figura 4

Problema nº 5: El museo

Las salas de un Museo son habitaciones cuadradas de 10 metros de lado. Cada habitación está conectada por una puerta con cada una de las habitaciones con las que comparte un lado. La entrada y la salida del Museo están situadas en habitaciones diametralmente opuestas. En los dibujos aparecen dos diseños diferentes de Museo. El de la izquierda está formado por cuatro habitaciones dispuestas como un cuadrado, diremos que es un Museo 2x2. El de la derecha es un Museo 3x3:





Un visitante del Museo que entra por la ENTRADA desea visitar cada habitación exactamente una vez y salir por la SALIDA. A estos recorridos los llamaremos **caminos aceptables**.

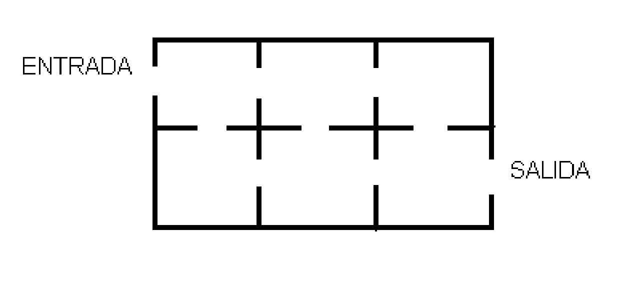
(a) ¿Puedes encontrar un camino aceptable en el Museo 2x2? ¿Y en el Museo 3x3?

(b) Inténtalo en los Museos 4x4 y 5x5 (dibújalos e intenta encontrar caminos aceptables en ellos).

(c) Seguro que en algunos de los anteriores casos no has conseguido encontrar ningún camino aceptable. Intenta explicar por qué no lo has conseguido. Quizás te ayude pintar de blanco y negro, alternativamente, las habitaciones del Museo (como si fuera un tablero de ajedrez).

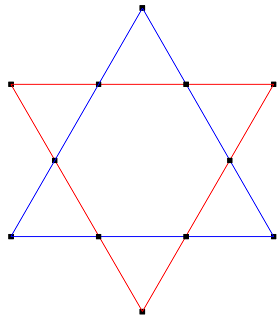
(d) No vas a dibujar un museo 1000x1000, pero te lo puedes imaginar y tratar de ver si hay un camino aceptable o no. Lo mismo podrías hacer con otro museo que sea 725x725. Y lo mismo podrías hacer con un museo que sea de la forma NxN, donde N representa un número cualquiera.
¿Podrías dar una regla general que nos permita decidir si en un Museo cuadrado NxN vamos a poder encontrar un camino de esos o no?

(e) Planteamos ahora la misma pregunta, pero para Museos rectangulares. Entrénate, por ejemplo, con Museos 5x6, 4x6, 5x7, etc.



Imagínate un museo de dimensión 400x600, o bien 5000x7000, ¿podrías encontrar un camino aceptable?. Lo mismo podrías hacer con un museo que sea de la forma NxM, donde N es un número cualquiera y M es otro número cualquiera distinto de N. Intenta contestar a la siguiente pregunta: ¿qué condiciones han de cumplir N y M para que en un Museo NxM haya con seguridad un camino de éstos?

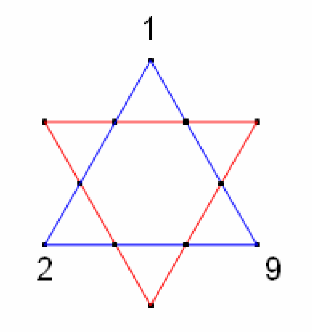
Problema nº 6. Jugando con las estrellas



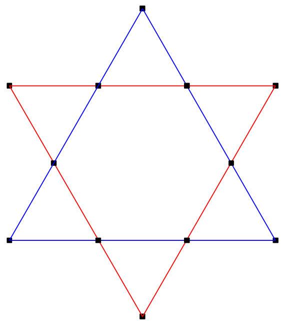
Se considera la **estrella de David**, formada con dos triángulos equiláteros que se cortan como los de la figura, determinando 12 puntos de corte (seis vértices y seis puntos de intersección de lados).

Un juego consiste en construir una *estrella mágica* colocando en dichos puntos los números del 1 al 12 sin repetir ninguno, con la condición de que los cuatro que están sobre cada lado sumen siempre lo mismo.

1) Encuentra una solución en la que sobre los tres vértices de uno de los triángulos estén los números 1, 2 y 9, con la condición de que los cuatro que están sobre cada lado sumen 26.



2) Encuentra otra solución sabiendo que la suma de los números colocados en los seis vértices sea también 26 y que, además, los números colocados en los vértices de uno de los triángulos son impares y suman lo mismo que los colocados en los vértices del otro triángulo.



3) En cualquier solución de la *estrella mágica* la suma de los cuatro números colocados sobre un lado es siempre 26. Explica por qué.

4) En cualquier solución de la *estrella mágica* la suma de los números colocados sobre los vértices de uno de los triángulos es igual a la suma de los números colocados sobre los vértices del otro triángulo. Explica por qué.

(Más estrellas para practicar).