



PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

Estímulo del talento matemático

Prueba de selección

5 de junio de 2018

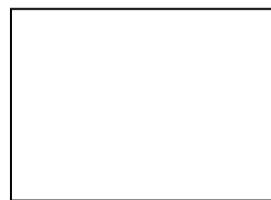
Nombre:.....

Apellidos:.....

Fecha de nacimiento:..... curso:.....

Teléfonos:.....

Centro en el que estudias:..... email:.....



Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar
DURACIÓN DE LA PRUEBA: 1 HORA Y MEDIA

En primer lugar, debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, los caminos que te han llevado a ellas.

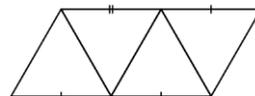
Al final debes entregarnos todos los papeles que hayas utilizado.

Nos interesa conocer las buenas ideas que se te ocurran en la solución de las tareas propuestas. Deberías tratar de describir estas ideas de la manera más clara posible. Para ello nos bastarán unas breves indicaciones. También nos interesan las soluciones parciales de las tareas propuestas.

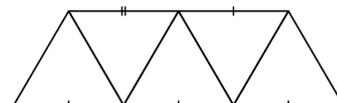
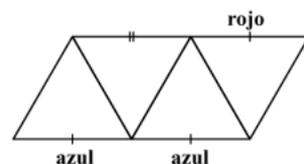
Te deseamos mucho éxito.

1. COLOREANDO TRIÁNGULOS

Ana y Carlos juegan a colorear de azul, rojo o verde los lados de los triángulos del siguiente dibujo y lo deben hacer de forma que, en cada uno de los cuatro triángulos, los tres lados sean de distinto color. Primero, Ana colorea los tres lados que tienen una marca de un trazo y después, Carlos debe decir de qué color puede ser el lado que tiene una marca con dos trazos, para que se cumpla la condición de antes.



- a) Razona qué color puede decir Carlos, si Ana ha usado los colores que se indican en la figura siguiente.
- b) ¿Qué color podría decir Carlos si Ana pintara inicialmente esos tres lados del mismo color? Razona tu respuesta.
- c) Carlos le dice a Ana: "pongas los colores que pongas yo siempre podré encontrar un color válido para el lado con dos trazos". ¿Es verdad lo que dice Carlos? En algún caso, ¿puede haber más de un color que pueda decir Carlos? Razona tus respuestas.
- d) A continuación, Ana le dice a Carlos: "si pongo un triángulo más, entonces yo podré poner colores a cuatro lados de forma que tú no puedas encontrar solución". Busca una de estas posibilidades en las que Ana colorea los cuatro lados que tienen un trazo y después Carlos no puede acabar el juego porque no puede encontrar un color para el lado con dos trazos.



2. LA MÁQUINA DE LOS NÚMEROS

Tenemos una máquina en la que sólo podemos meter números naturales 1; 2; 3; etc. Esta máquina primero eleva al cuadrado el número que hemos metido y después, con el resultado obtenido, suma todas las cifras todas las veces que haga falta hasta quedarnos con una sola cifra y nos devuelve esta cifra.

Por ejemplo, si metemos el número 16, primero eleva al cuadrado, $16^2 = 16 \times 16 = 256$ y luego suma sus cifras, lo que da $2 + 5 + 6 = 13$. Como tiene que quedar una sola cifra, vuelve a



sumar las cifras del número 13 y obtiene $1+3 = 4$. Por tanto, si metemos el número 16, la máquina nos devuelve el número 4.

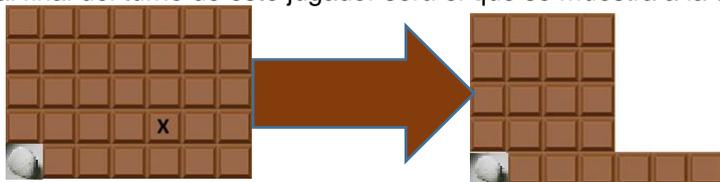
- ¿Qué número nos devolverá si metemos el número 26?
- ¿Puedes dar un ejemplo de un número de 2 cifras que puedas meter en la máquina para que el número que nos devuelva sea 7? ¿Y de 3 cifras? ¿Y si te pidieran un número con cualquier número de cifras?
- Metemos un número en la máquina y ésta nos devuelve el número 9. Si ahora metemos en la máquina el número consecutivo al que habíamos metido, ¿puede la máquina devolvernos también el 9? Si la respuesta es afirmativa, explica por qué. Si es negativa, explica cuántos números más tenemos que avanzar para que el resultado que devuelve la máquina vuelva a ser 9.
- ¿Puedes meter algún número en la máquina para que ésta nos devuelva el número 5? Explica tu razonamiento.
- ¿Qué resultado nos devolverá la máquina si metemos el número 201820182018? Explica tu razonamiento.
- Si modificamos la máquina y en el primer paso eleva al cubo (el cubo de 25 es $25 \times 25 \times 25$) el número en vez de elevarlo al cuadrado, ¿sabrías decir qué resultado dará si partimos del número 20182018? Explica tu respuesta.
- ¿Serías capaz de construir una máquina suficientemente original a la que al meterle cualquier número natural 1, 2, 3, 4, etc., nos devuelva siempre el número 1 o el 2 o el 3?

3. EL JUEGO DEL CHOMP

El Chomp es un juego para dos jugadores en el que los jugadores por turnos comen trozos de una tableta rectangular de chocolate dividida en pastillas. La pastilla inferior izquierda es reemplazada antes de empezar el juego por una piedra, como se puede ver en la figura siguiente:



Cada jugador, en su turno, elige una pastilla de chocolate que aún no haya sido comida y se la come junto con todas las pastillas que se encuentran a la derecha y arriba de la casilla elegida. Por ejemplo, si un jugador elige la pastilla señalada con una X en la siguiente figura, el estado de la tableta al final del turno de este jugador será el que se muestra a la derecha de la flecha:



Gana el jugador que se come la última pastilla de chocolate y entonces el perdedor se lleva la piedra.

Teniendo en cuenta las reglas de este juego, y que se enfrentan dos jugadores que siempre juegan sus mejores jugadas y nunca cometen errores, contesta

las siguientes preguntas:

- En una tableta 2×2 (2 filas, 2 columnas), ¿qué pastilla tiene que elegir el primer jugador en su primer turno para ganar el juego haga lo que haga el segundo jugador?
- Si en una tableta 3×3 el primer jugador en su primer turno elige la pastilla inferior derecha, ¿qué jugador resultará vencedor suponiendo que ambos jugadores juegan sus mejores jugadas?
- Imagínate que estás jugando en una tableta 3×3 y que eres el primer jugador. Encuentra una forma de jugar que te haga ganar siempre, haga lo que haga el segundo jugador. ¿Podrías haber empezado por otra pastilla y seguir asegurando siempre tu victoria?
- Imagínate una tableta del alto y ancho que quieras. Si eres el primer jugador y es tu primer turno ¿hay alguna pastilla que te haga perder siempre al elegirla, si el segundo jugador sabe jugar bien?
- Si sabe jugar bien, ¿crees que puede ganar siempre el primer jugador en cualquier tableta que le den? Si piensas que sí, ¿por qué? Si piensas que no, da un ejemplo de tableta con la que el segundo jugador pueda ganar siempre, haga lo que haga el primer jugador.

4. CONTANDO TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ÁNGULOS

Recuerda que, según sus ángulos, los triángulos se clasifican en:

- Acutángulos, los que tienen sus tres ángulos agudos.
- Rectángulos, los que tienen un ángulo recto, esto es de 90° .
- Obtusángulos, los que tienen uno de sus ángulos obtuso

¿Cuántos triángulos de cada clase, con vértices en los puntos, ves en esta

figura? Acutángulos: Rectángulos:

Obtusángulos:.....

Explicanos cómo te has organizado para contarlos:

