

PROYECTO DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS **Estímulo del talento matemático**



Prueba de selección 2 de junio de 2022

Nombre y apellidos:
Centro escolar:
Correo electrónico: fecha de nacimiento:
Teléfono/s:

Información importante que debes leer antes de comenzar a trabajar DURACIÓN DE LA PRUEBA: 1 HORA Y MEDIA

En primer lugar, debes mirar todos los ejercicios y después comenzar con los que te parezcan más sencillos. No es necesario que trabajes las tareas en el orden en que se te presentan. Escoge tú mismo el orden que te parezca mejor.

No queremos conocer solamente tus soluciones, sino, sobre todo, tus propios caminos que te han llevado a ellas.

Te deseamos mucho éxito.

1. CÍRCULOS APILADOS

En las tres figuras se muestran círculos apilados de forma que cada una tiene una fila más que la anterior.

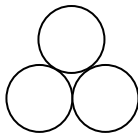


Figura 1ª

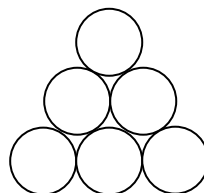


Figura 2ª

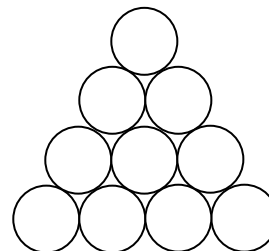


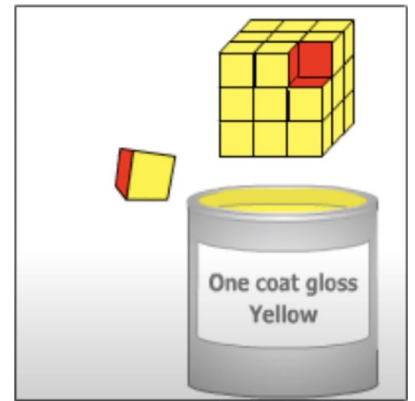
Figura 3ª

- Cuenta el número de puntos de contacto que hay entre los círculos de cada figura.
- Construye la figura siguiente (la cuarta) y cuenta el número de puntos de contacto entre los círculos.
- ¿Cuántos puntos de contacto habrá en la figura vigésima?
- ¿Qué figura tiene 1584 puntos de contacto?

2. CUBO Y PINTURA

Tenemos un cubo grande formado por 27 cubitos rojos pequeños, todos del mismo tamaño.

Sumergimos el cubo grande en un bote de pintura amarilla para cubrir toda la superficie exterior y luego separamos los 27 cubitos pequeños.



- ¿Cuántos de los cubos pequeños tendrán pintura amarilla en sus caras?, ¿se verán todos iguales? Explica tu respuesta.
- Hacemos lo mismo con otro cubo formado por 64 cubos rojos pequeños. ¿Cuántos de los cubos pequeños tendrán pintura amarilla en sus caras? ¿Cuántos cubos tendrán todas sus caras rojas?
- Observamos qué pasa con cubos de otros tamaños. ¿Encuentras alguna relación entre el número de cubitos con pintura amarilla y el número total de cubitos que forman el cubo grande?

3. DIVIDIR ENTRE CINCO

Roi escribe en una pizarra cuatro números elegidos entre 0, 1, 2, 3 ó 4. Puede repetir números: por ejemplo 0,1,0,1 ó 1,3,2,4.

Teo realiza repetidas veces la siguiente operación: cambia uno de los números, el que quiera, por el resto de dividir entre 5 el producto de otros dos números de la pizarra, a su elección.

Por ejemplo: de 1,2,3,4 se pasa a 1,2,3,1 porque el resto de dividir 2×3 entre 5 es 1, que se ha puesto en lugar del 4. Esta operación la escribimos:

$$1,2,3,4 \rightarrow 1,2,3,1$$

- Suponte que Roi ha escrito en la pizarra al menos un 0. ¿Puede Teo lograr que los cuatro números de la pizarra sean 0 realizando varias veces la operación permitida? Explica tu respuesta ¿Cuántas veces tiene que repetir la operación como máximo para lograr que todos sean 0?

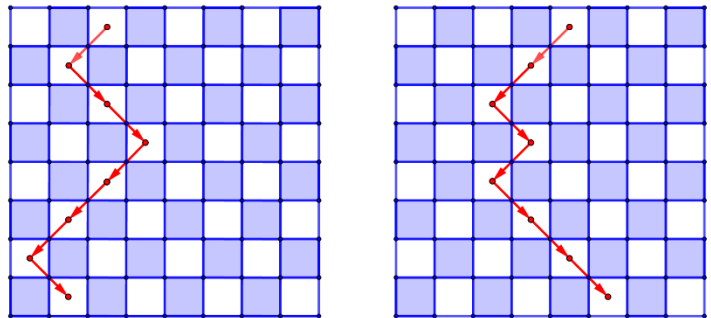
Cada vez que Roi escribe cuatro números en la pizarra, el objetivo de Teo es lograr que los cuatro números sean iguales después de realizar varias veces la operación permitida.

- ¿Puede Roi elegir los cuatro números iniciales de modo que a Teo le sea imposible lograr su objetivo? Justifica tu respuesta.

Nombre y apellidos:

4. ZIG-ZAG

En un tablero de ajedrez formado por 64 cuadrados de los cuales 32 son blancos y 32 son negros, llamamos camino ZIG-ZAG a un camino que parte de una casilla blanca de la fila superior y pasa a través de las casillas blancas de las demás filas hasta llegar a una casilla blanca de la fila inferior. En la figura adjunta te mostramos dos caminos ZIG-ZAG.



En el primero partimos de la segunda casilla blanca de la primera fila y llegamos a la primera casilla blanca de la última fila.

En el segundo partimos de la tercera casilla blanca de la primera fila y llegamos a la tercera casilla blanca de la última fila.

El orden de las casillas lo establecemos de izquierda a derecha y las filas de arriba abajo.

- a) Si partes de la tercera casilla blanca de la primera fila y llegas a una casilla blanca de la tercera fila; ¿cuántos caminos hay? Explica tu respuesta con dibujos.
- b) Imagina que el tablero solo tuviera dos filas y que partimos de una casilla blanca cualquiera de la primera fila. ¿Cuántos caminos ZIG-ZAG hay? Explica tu respuesta.
- c) Si el tablero tuviera sólo tres filas. En total, ¿cuántos caminos ZIG-ZAG hay? Explica tu respuesta
- d) En el tablero completo, ¿Cuántos caminos ZIG-ZAG hay? Explícanos como has llegado al resultado.

TABLEROS PARA PRACTICAR

