NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 124, noviembre de 2026, páginas 7-30

Formación de profesores y codeterminación didáctica. El sistema de tareas de proporcionalidad para el profesor en México

Maricela Soto Quiñones
(Benemérita Escuela Normal "Manuel Ávila Camacho". México)
Luis Manuel Aguayo Rendón
(Universidad Pedagógica Nacional. México)

Fecha de recepción: 24 de octubre de 2025
Fecha de aceptación: 01 de julio de 2026

Resumen

El objetivo de este estudio es analizar el sistema de tareas de proporcionalidad que se presenta en el texto del saber para la formación de profesores de educación primaria en México. Mediante el análisis de contenido se revisan los programas curriculares de los últimos tres planes de estudio y los materiales donde se integra la organización clásica de la proporcionalidad. Los indicadores analizados se basan en los niveles de codeterminación didáctica de la Teoría Antropológica de lo Didáctico para establecer dos organizaciones praxeológicas o categorías de referencia: las tareas matemáticas y las tareas didácticas. Los resultados muestran diferencias significativas en el contenido de los tres programas al indicar una mayor tendencia al planteamiento de tareas matemáticas sobre las didácticas para el estudio de la proporcionalidad. Las tareas sobre variación proporcional directa son las más frecuentes junto con el uso de la técnica convencional del valor unitario y la regla de tres.

Palabras clave

Proporcionalidad; niveles de codeterminación; sistema de tareas; formación de profesores; organizaciones praxeológicas.

Abstract

The objective of this research is to analyze the system of proportionality tasks presented in the knowledge text for elementary school teacher training in Mexico. Through content analysis, the curricula of the last three study plans and the materials that integrate the classic organization of proportionality are reviewed. The indicators analyzed are based on the levels of didactic codetermination of the Anthropological Theory of the Didactic to establish two praxeological organizations or reference categories: mathematical tasks and didactic tasks. The results show significant differences in the content of the three programs, indicating a greater tendency toward mathematical tasks over didactic tasks for the study of proportionality. Tasks on direct proportional variation are the most frequent, along with the use of the conventional unit value technique and the rule of three.

Keywords

Proportionality; levels of codetermination; task system; teacher training; praxeological organizations.

1. Introducción

Los estudios sobre la enseñanza de la proporcionalidad han tenido un importante desarrollo en los últimos años. La relevancia de este objeto matemático deriva de su relación con un gran número de saberes matemáticos (operaciones básicas, fracciones, números decimales, medición, porcentaje, razones, proporciones y funciones) que ayudan a resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana

y de diversas disciplinas (Buforn et al., 2018). Autores como Géron et al. (2007) destacan que la proporcionalidad constituye un tema fundamental a lo largo de la escolaridad y que, aunque se hace presente en múltiples situaciones no se aprende de manera natural, dado que el trayecto que va de la educación básica a la educación superior requiere de un proceso paulatino para la comprensión y el uso de modelos aritméticos y algebraicos cada vez más complejos. En este sentido, trabajos como el de Martínez-Juste et al. (2022) señalan que el aprendizaje memorístico de cuestiones como la regla de tres, la representación del concepto, los métodos utilizados, las propiedades y otro tipo de reglas, no es suficiente para lograr un verdadero conocimiento.

En el caso de la formación de profesores, investigaciones como la de Espinoza et al. (2025) muestran las dificultades que los estudiantes tienen para resolver situaciones en las que se utiliza el razonamiento proporcional. Estos estudios afirman que tales dificultades resultan de un bajo nivel de comprensión de las nociones asociadas a la proporcionalidad y del uso deficiente de las técnicas y propiedades que le conciernen (Rivas et al., 2012; Burgos y Godino, 2021; Sánchez, 2023 y Soto et al., 2024). Otra dificultad se presenta cuando a los estudiantes les cuesta trabajo distinguir situaciones proporcionales y los problemas que con ellas se pueden plantear (Burgos y Chaverri, 2023). Al parecer ambos tipos de dificultades se asocian con lo limitado de las actividades y experiencias matemáticas que se proponen desde la formación, por lo que Buforn et al. (2022) señalan que, si los docentes no han experimentado durante su formación una diversidad de estrategias para el estudio de la proporcionalidad, no sabrán cómo reconocer el razonamiento de sus alumnos.

En México, la didáctica de las matemáticas se incluye como un discurso explícito en la formación de profesores apenas en 1997 y a partir de ese año se han modificado en varias ocasiones los planes y programas de estudio para las Escuelas Normales, es decir, las instituciones formadoras de docentes para los distintos niveles educativos. Aunque la didáctica de las matemáticas sigue siendo el referente fundamental para la enseñanza de la proporcionalidad y de otros conceptos, los cambios en los planes de estudio han obedecido primordialmente a un objetivo, la búsqueda del equilibrio entre saberes matemáticos y didácticos en la formación.

En tanto proyecto social, todo currículo requiere una preparación didáctica, es decir, antes de ponerse en marcha se deben seleccionar, secuenciar y adecuar los saberes socialmente valiosos para que sean incluidos en un texto del saber (programas de estudio, libros de texto, manuales, materiales de enseñanza, entre otros). Ese trabajo de textualización no es otra cosa que una transposición didáctica externa, que cuando culmina da paso a la transposición didáctica interna en el aula. Otra forma de pensar en la transposición didáctica es como una vigilancia epistemológica, es decir, una reflexión sobre la manera en la que el saber que se pretende enseñar queda organizado en el llamado texto del saber (Chevallard, 1991). En el caso de la proporcionalidad, el texto del saber muestra cómo se organiza su enseñanza en las instituciones formadoras de docentes, el tiempo destinado a su estudio, los temas que serán abordados y las tareas específicas que serán propuestas a los futuros profesores.

Bajo esta lógica el presente trabajo se orienta a mostrar la naturaleza y pertinencia de los saberes para el estudio de la proporcionalidad y su enseñanza, propuestos en los diversos materiales sugeridos a nivel nacional en México para las instituciones formadoras de docentes. Dado que todo currículo es también una construcción histórica, de manera particular el objetivo de esta investigación es analizar el sistema de tareas de proporcionalidad expresado desde los niveles de codeterminación didáctica del texto del saber en la formación inicial de profesores de educación primaria en México. Este análisis se realiza desde el marco de las reformas curriculares de 2012, 2018 y 2022, utilizando como referentes las organizaciones praxeológicas matemáticas y didácticas que caracterizan el sistema de tareas planteadas por la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). La codeterminación didáctica, propuesta

por Chevallard (2001), hace énfasis en la relación recíproca entre la naturaleza de los saberes matemáticos por enseñar y la configuración de los saberes didácticos para enseñarlos, lo que permite analizar condiciones y restricciones jerárquicas desde la sociedad, la escuela y hasta el contenido, que influyen en la didáctica del texto del saber.

Para el análisis, se parte del supuesto de que las modificaciones a estos programas buscaban entre otras cosas un mejor equilibrio entre los saberes matemáticos y didácticos, por ello las tareas se revisarán considerando dos categorías: tareas matemáticas y tareas didácticas como organizaciones praxeológicas. Por otra parte, la razón para seleccionar la proporcionalidad tiene que ver con la importancia de su estudio en los diversos niveles educativos, así como la transversalidad con otros espacios curriculares (Castillo et al., 2022). Con base en lo expresado, la pregunta que se plantea como guía del trabajo es ¿cuál es el sistema de tareas de proporcionalidad expresado desde los niveles de codeterminación didáctica del texto del saber en la formación inicial de profesores en México?

2. La formación de profesores desde el enfoque praxeológico.

La TAD asume que el problema de la formación de profesores puede verse como un caso de transposición didáctica, porque a decir de Chevallard (2001), las escuelas para alumnos y para profesores son escuelas “normales”; ambas crean y difunden normas, modos de pensar y de actuar. Las escuelas para alumnos difunden normas para la vida (entre ellas normas matemáticas) y las escuelas normales difunden normas para la enseñanza (entre ellas normas para enseñar matemáticas), pero las normas no son simplemente prácticas o un *saber hacer* en los salones de clase, tampoco un *saber* basado en el dominio de la disciplina, lo que estas escuelas difunden son *praxeologías* donde se conjugan ambos saberes.

2.1. Organizaciones praxeológicas

Una praxeología u organización praxeológica es la unidad básica mediante la cual se analiza cualquier actividad humana a través de la interrelación entre la praxis y el logos, lo que significa que toda práctica está indisolublemente unida a un saber y que en conjunto praxis y logos permiten explicar lo que se hace, cómo se hace y por qué se hace (Chevallard, 1999). Por esta razón se asume que la didáctica debe estudiar las praxeologías matemáticas y didácticas, porque ambas están ligadas por una determinación recíproca, es decir una praxeología didáctica no puede elaborarse ni difundirse si no toma en cuenta las restricciones que le impone cierta praxeología matemática.

Para modelizar la relación entre *saber y saber hacer* en una praxeología, Chevallard (1999) utiliza el modelo [T /τ / θ /Θ] donde los dos primeros símbolos aluden al bloque técnico-práctico o *saber hacer* que incluye un tipo de tareas (T) y una técnica (τ) que permite resolver ese tipo de tareas. Los dos últimos símbolos representan el bloque tecnológico-teórico o *saber* que incluye el discurso tecnológico (θ) que justifica, describe y evalúa las técnicas utilizadas y los discursos teóricos (Θ) que dan sentido a todo el proceso praxeológico. En este sentido el primer bloque hace referencia a los problemas o actividades de proporcionalidad que resuelve un futuro profesor y las estrategias o procedimientos que se implementan para su resolución. El segundo bloque, por su parte, permite comprender de qué manera se justifican o validan los procedimientos empleados como pertinentes para la resolución de la tarea o problema, lo que pone en evidencia los conocimientos teóricamente fundamentados y por tanto dominados desde su propia perspectiva.

Este modelo praxeológico representa también el sentido del proceso de estudio, ya que debe comenzar con el primer encuentro de una praxeología matemática a partir de un cierto tipo de tareas, luego se haría la búsqueda de una técnica -entre todas las posibles- para resolver esa tarea, después

mediante el discurso tecnológico se trataría de justificar por qué se empleó esa técnica, qué efectividad tuvo y al final, dar sentido a todo ese proceso praxeológico mediante el discurso teórico. Otro elemento que está implícito en el modelo es la doble dimensión de la matemática, como actividad mediante el proceso praxeológico y como producto de dicha actividad, es decir como una praxeología acabada o como una obra elaborada.

La noción de tarea cobra importancia porque es el detonador de todo el trabajo praxeológico, sin tareas que resolver no hay proceso de estudio, no hay trabajo praxeológico; de ahí la importancia de ver la enseñanza en términos de tareas. En educación matemática el diseño y la naturaleza de las tareas ocupa un lugar importante, para Kuzniak et al. (2022) la tarea es un medio que desencadena la activación del trabajo matemático cuando el sujeto se enfrenta y trata de resolverla. Para Chevallard (1999) la tarea es una construcción institucional y su reconstrucción como praxeología matemática es el objeto de estudio de la didáctica.

A partir de lo anterior, puede decirse que las praxeologías y, más específicamente, las tareas relativas a la proporcionalidad son construcciones históricas y producto de normatividades institucionales múltiples, por ello los cambios políticos, económicos, sociales y culturales de un contexto específico influyen en la selección de las praxeologías que han de convertirse en objetos escolares, estos cambios también determinan lo que podría llamarse el sistema de tareas del profesor. En este caso, una de las primeras tareas que debe cumplir el estudiante para profesor es identificar las praxeologías matemáticas que estructuran su texto del saber y que deberá reconstruir con sus eventuales alumnos, un segundo tipo de tareas tiene que ver con seleccionar o estructurar las praxeologías didácticas que le permitan gestionar la reconstrucción (en el aula) de las praxeologías matemáticas.

En términos generales las tareas matemáticas colocan al estudiante para profesor en el rol de aprendiz de matemáticas ya que en estas tareas se enfrenta a la resolución y análisis de problemas propios de la disciplina, mientras que las tareas didácticas lo colocan en el rol de eventual profesor y le exigen analizar y diseñar situaciones o secuencias propias para la enseñanza. Sin embargo, en un texto de saber o plan de estudios no siempre existe un equilibrio adecuado entre uno y otro tipo de tareas, lo que determina los saberes o praxeologías que el profesor construye a lo largo de su formación.

2.2. La proporcionalidad como praxeología

La aproximación praxeológica al estudio de la proporcionalidad encuentra sus antecedentes en los trabajos de Bosch (1994), Bolea (2002) y García (2005), quienes centraron la atención en la construcción de un Modelo Epistemológico de Referencia (MER) para el diseño de alternativas didácticas, sus referentes analíticos permiten caracterizar las praxeologías matemáticas y didácticas de la proporcionalidad, describiendo la ruptura y transición epistemológica que implica evolucionar de un modelo clásico, propio de la aritmética, a un modelo funcional algebrizado.

De acuerdo con Bosch (1994), fue hasta después de mediados del siglo XX cuando las razones y proporciones se incluyeron en el currículo de las escuelas primarias y secundarias para constituirse como base para el estudio de la proporcionalidad, aunque fue en la aritmética donde tal noción encontró su principal espacio, ya desde esos años en la escuela secundaria se estudiaba la proporcionalidad bajo un modelo centrado en las relaciones funcionales entre dos variables. En la actualidad, el estudio de la proporcionalidad se sigue abordando desde dichas perspectivas, sin embargo, el conocimiento que se imparte en las instituciones escolares se articula mediante organizaciones praxeológicas híbridas (Bosch et al., 2023), es decir compuestas por el modelo aritmético clásico -basado en las razones, las

proporciones, las magnitudes proporcionales y las técnicas algorítmicas derivadas de la regla de tres (directa, inversa, simple y compuesta)- y, por otra parte, el modelo funcional algebrizado, el cual se enfoca en la organización de funciones entre variables numéricas, el análisis de las tasas de variación y la interpretación paramétrica de fenómenos cuantitativos (Marcillo y Manobanda, 2026).

Respecto a los tipos de problemas o tareas asociados a la proporcionalidad, un primer acercamiento consiste en distinguir tanto la naturaleza de la relación (directa o inversa) como el número de magnitudes vinculadas (simple o compuesta). En este contexto, Cramer y Post (1993) señalan tres tipos de situaciones de proporcionalidad simple directa, las cuales pueden extenderse a relaciones inversas y compuestas: a) problemas de comparación numérica, en los que se contrastan dos razones conocidas; b) problemas de predicción y comparación cualitativa, que exigen relacionar variables sin depender explícitamente de valores numéricos; y c) problemas de valor faltante, en los cuales interactúan distintas magnitudes proporcionales y se conocen todos los datos excepto uno, que representa la incógnita.

Por su parte, Lamon (1993) junto con Valverde y Castro (2012) establecen una clasificación de problemas de proporcionalidad basada en diversas categorías definidas por su estructura semántica: a) problemas de magnitudes bien compactadas**,** que involucran la relación entre dos magnitudes de diferente naturaleza para obtener una nueva magnitud intensiva, tal es el caso de la distancia y el tiempo para calcular la velocidad; b**)** problemas de parte-parte-todo, donde interactúan magnitudes de la misma naturaleza y el contexto define subconjuntos, como ocurre con las mezclas de pintura o las proporciones demográficas; c) problemas de conjuntos asociados, los cuales muestran la relación entre cantidades definidas específicamente en la situación, como los ingredientes para elaborar un platillo; d) problemas de valor faltante, donde se conocen tres valores y se requiere calcular el cuarto; e) problemas de comparación gráfica, en los que la relación proporcional se representa en el plano cartesiano; y f) problemas de escala, propios de magnitudes continuas (longitud, área y volumen, entre otras) sometidas a una transformación.

Los problemas y contextos descritos dan origen a diversas tareas matemáticas que requieren distintas técnicas o estrategias de resolución por parte de los estudiantes, al respecto, Fernández et al. (2008) y Arican et al. (2025) clasifican estas técnicas atendiendo a la gestión de los espacios de medida y la construcción de razones matemáticas, entre las que destacan: las técnicas escalares, que comparan dos estados de una misma magnitud para determinar un operador multiplicativo; las técnicas funcionales, que relacionan distintos espacios de medida para establecer una correspondencia entre dos magnitudes diferentes; la construcción progresiva, basada en la comprensión de la covariación, donde ambas cantidades se transforman simultáneamente mediante particiones o sumas iteradas; la reducción a la unidad, que consiste en dividir las magnitudes para calcular primero el valor unitario en uno de los espacios de medida; y la regla de tres que formula una proporción como la igualdad de dos fracciones ($a/b = c/x$), determinando el valor de la incógnita mediante la multiplicación y división de los términos (productos cruzados).

Las dificultades vinculadas al razonamiento proporcional se manifiestan desde diversas perspectivas, en términos cognitivos o epistemológicos destaca la falsa ilusión de la linealidad, una tendencia que conduce a la aplicación de modelos o técnicas de proporcionalidad directa en situaciones no lineales. De Bock et al. (2007) sostienen que esto ocurre debido a la falta de una conexión reflexiva con los conceptos matemáticos, lo que deriva en un uso excesivo de la función lineal desprovisto de sentido. Asimismo, otra dificultad frecuente radica en la confusión entre el pensamiento aditivo y el multiplicativo, lo cual se traduce en la adición de cantidades constantes en tareas que exigen relaciones de proporción (Fernández et al., 2024). Por otro lado, respecto a las dificultades praxeológicas, Ruiz-Olarría et al. (2019) advierten que la enseñanza de la proporcionalidad suele reducirse a un bloque práctico-técnico aislado, es decir al estudio predominante de tareas de valor faltante resueltas mediante técnicas algorítmicas, como la regla de tres o los productos cruzados, sin la justificación tecnológica que

valide dichos procedimientos y permita la transición hacia las propiedades de la linealidad y la modelización funcional.

En este sentido, la proporcionalidad en tanto praxeología matemática, integra las tareas, técnicas y dificultades expuestas anteriormente, elementos que resultan determinantes para estructurar sus respectivas praxeologías didácticas. Desde esta perspectiva, se asume un isomorfismo matemático-didáctico; es decir, una determinación recíproca entre ambas organizaciones. Bajo esta premisa Santori et al. (2025) sostienen que el profesor no debe limitarse al dominio exclusivo de las praxeologías disciplinares, por el contrario, requiere enfrentarse a una diversidad de tareas matemáticas y didácticas que le permitan anticipar las interacciones en el aula durante su práctica real. En consecuencia, estas tareas deben enmarcarse en un ciclo continuo de análisis y reflexión durante la formación inicial, integrando referentes teóricos y pedagógicos con un enfoque centrado en el desarrollo profesional, lo que abarca el diseño, la experimentación y la evaluación de secuencias de enseñanza.

2.3. Los niveles de codeterminación didáctica

En la TAD, las condiciones y restricciones institucionales que posibilitan u obstaculizan la reconstrucción de praxeologías conforman la denominada dimensión ecológica del trabajo praxeológico (Florensa et al., 2020). El análisis de esta dimensión resulta fundamental para evaluar si el tratamiento de un objeto matemático, como la proporcionalidad, se aborda con pertinencia en el texto del saber, es decir, si el tiempo destinado para su estudio, la distribución temática, sus tareas y técnicas, así como el alcance de las nociones matemáticas, son viables con los procesos de estudio y permiten superar los fenómenos didácticos correspondientes a dichas nociones. Para articular este análisis institucional, Chevallard (2001) propone la escala de niveles de codeterminación didáctica, una herramienta que permite estructurar y examinar jerárquicamente los distintos estratos en los que operan dichas condiciones y restricciones. Dichos niveles se esquematizan de la siguiente manera:

Sociedad – Escuela – Pedagogía – Disciplina – Área – Sector – Tema – Cuestión

En términos de la escala de niveles, la proporcionalidad se ubica en el nivel de tema, casi el último eslabón de un proceso transpositivo que inicia en la sociedad y termina en la cuestión, donde van apareciendo condiciones y restricciones que favorecen u obstaculizan el desarrollo del trabajo praxeológico e influyen en la selección de las tareas necesarias, plausibles y enseñables que estructuran su proceso de estudio. En el nivel de sociedad, la proporcionalidad es relevante porque tiene una alta legitimidad al asociarse con varias nociones como la conversión de unidades, figuras a escala, semejanza, trigonometría, funciones, porcentajes y razón (Balderas et al., 2014), y porque se aplica en situaciones donde intervienen principios físicos como la mecánica, la fuerza, la óptica y la acústica, entre otros (Géron et al., 2007).

Para Bosch (1994) la aritmética en tanto nivel de codeterminación didáctica ha sido el entorno primordial de la proporcionalidad, en esta área se plantea la relación entre dos variables y luego se amplía al considerar que las cantidades pueden relacionarse de formas desiguales, lo que implica una diversidad de sistemas: directamente proporcionales, inversamente proporcionales y recíprocamente proporcionales. También en la aritmética se estudian las técnicas como el método de reducción a la unidad, el método de las proporciones, la regla de tres, el método gráfico y la regla de las causas y efectos, todas basadas en la teoría de las razones y proporciones o en la teoría de las magnitudes proporcionales que son propias del modelo clásico.

La construcción de una jerarquía óptima de niveles está condicionada por las posibilidades de apropiación del estudiantado y la capacidad de intervención del profesorado; pese a ello, Chevallard (2001) advierte que, por lo general, la actividad docente se restringe a los niveles de "tema" y "cuestión", lo que deriva en un fenómeno denominado autismo o encierro temático, mientras que el currículo como tal se define en niveles de codeterminación superiores, es ahí donde se establece el texto del saber que será implementado en la escuela y estructurado en los planes de estudio con la organización del saber que será enseñado, es en dicha transposición donde se esclarecen las razones de ser de los sistemas de tareas que deben afrontar los futuros docentes en su formación (Ruiz-Olarría et al., 2019).

Los niveles de codeterminación didáctica resultan útiles entonces, para identificar las condiciones que permiten que ciertas tareas sobre la proporcionalidad puedan crearse o reconstruirse en las instituciones donde se forman los docentes, en este sentido el presente estudio realizará el análisis del sistema de tareas como organizaciones praxeológicas, que se plantean específicamente en el texto del saber, es decir los niveles de: área, sector, tema y cuestión dentro de la disciplina de matemáticas, lo que en conjunto permitirá mostrar una visión general de la formación matemática y didáctica planteada desde el currículo oficial para la formación de profesores en México.

3. Metodología

El presente estudio es de tipo cualitativo, con alcance descriptivo e interpretativo (Hernández et al., 2016), se enfoca en la revisión del sistema de tareas matemáticas y didácticas sobre proporcionalidad en el texto del saber de la formación de profesores en educación primaria en México y se utiliza el método de análisis de contenido. El propósito de este método es obtener indicadores por procedimientos sistemáticos y objetivos de descripción del contenido de los mensajes donde se clasifican los elementos constitutivos de un conjunto por diferenciación, tras la agrupación por género a partir de criterios previamente definidos (Bardin, 2002). En este trabajo el método de análisis de contenido se desarrolló a partir de tres fases:

3.1. Fase de preanálisis

Consistió en elegir los documentos y materiales de análisis, la formulación de los objetivos y la elaboración de los indicadores en los que se apoyó la interpretación general, para tal efecto, se revisaron las tareas sobre la proporcionalidad incluidas en los programas de tres planes de estudio implementados en 2012, 2018 y 2022, así como los materiales oficiales sugeridos en cada programa: Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética (Cedillo et al., 2012), Libro: Del sentido numérico al pensamiento prealgebraico (Cedillo y Cruz, 2012), Matemáticas para la Educación Normal Tomo V, Vol. 2 (Isoda y Cedillo, 2012a), Matemáticas para la Educación Normal Tomo VI, Vol. 2 (Isoda y Cedillo, 2012b) y Taller para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Segunda parte (SEP, 1996). La elección de dichos textos y la delimitación temporal se fundamenta en que a partir de estos programas tales documentos se integran a nivel nacional como textos del saber o textos de estudio para la organización clásica de la proporcionalidad en los cursos de Aritmética, su enseñanza y su aprendizaje, y Álgebra, su enseñanza y su aprendizaje. En esta aproximación los indicadores se derivaron de los niveles de codeterminación didáctica vinculados al área, sector, tema y cuestión (donde se precisa el sistema de tareas) mediante la revisión de los cursos, horas de trabajo y unidades de aprendizaje.

3.2. Fase de aprovechamiento del material

En esta fase se seleccionaron las unidades de análisis para codificar, segmentar y categorizar los documentos. Para efecto comparativo se utilizó la nomenclatura PE2012, PE2018 y PE2022 que integra

en general los programas y materiales sugeridos en cada uno de los planes curriculares revisados. En correspondencia con el objetivo del trabajo, las orientaciones de enseñanza en los programas de estudio y los componentes del sistema de tareas planteado desde la TAD, el análisis se focalizó en dos organizaciones praxeológicas o categorías de carácter deductivo: las tareas matemáticas y las tareas didácticas. Una vez definida esta primera clasificación, la codificación del texto del saber se basó en la búsqueda de tareas y su naturaleza específica, donde se encontraron nueve tipos de tareas en total (SEP, 2012, 2018, 2022):

Categorías	Tipos de tareas	Naturaleza de la tarea
Tareas matemáticas	Resolución de problemas	Explorar diversas técnicas de solución y seleccionar la más eficaz para encontrar la respuesta a un problema.
	Planteamiento de problemas	Formular situaciones problemáticas a partir de datos proporcionados o de ejemplos previamente resueltos.
	Clasificación de problemas	Identificar y categorizar situaciones según su estructura semántica, modelo matemático o tipo de relación entre los datos.
	Análisis de técnicas	Evaluar los diferentes métodos o procedimientos de resolución propuestos para reconocer su eficacia.
	Dominio de la técnica	Ejercitar de forma continua una técnica convencional hasta lograr su apropiación y fluidez.
Tareas didácticas	Revisión de textos didácticos y materiales escolares	Analizar los programas de estudio, libros de texto y recursos didácticos para identificar cómo se ha organizado el saber a enseñar en la escuela primaria.
	Evocación de técnicas y tecnologías	Anticipar los posibles procedimientos de resolución de los alumnos y reflexionar sobre la pertinencia de la intervención docente.
	Diseño y análisis de secuencias	Planificar la enseñanza mediante la estructuración de propuestas didácticas.
	Gestión y análisis de la práctica docente	Gestionar el proceso de enseñanza en el aula real y evaluar el aprendizaje, las dificultades y los resultados obtenidos en la práctica.

Tabla 1. Categorías de análisis.

3.3. Fase de tratamiento de resultados, la inferencia y la interpretación

Desde la perspectiva de Bardin (2002) en esta fase se proponen inferencias e interpretaciones desde los objetivos planteados con una perspectiva interpretativa que va más allá del contenido expresado en los documentos. Los resultados se clasificaron a partir de tablas comparativas por programa y por categoría de tareas, para el análisis e interpretación de datos se presentaron ejemplos representativos de cada tipo de tarea con inferencias derivadas del programa epistemológico de la TAD, específicamente de los componentes técnico-práctico y tecnológico-teórico de las organizaciones praxeológicas.

4. Análisis y resultados

Según Cirade (2006, como se cita en Ruiz y García, 2007), la formación de un profesor involucra tres dimensiones matemáticas: las matemáticas a enseñar, las matemáticas para el enseñante y las matemáticas para la enseñanza. Las primeras corresponden a las praxeologías incluidas en los programas curriculares. Por su parte, las matemáticas para el enseñante son los saberes adquiridos durante su formación inicial para comprender tanto la disciplina como su propuesta didáctica, mientras que las matemáticas para la enseñanza refieren a los conocimientos que el profesor moviliza directamente frente a sus alumnos en el aula. El presente estudio se enfoca en los materiales del texto del saber correspondientes a las matemáticas a enseñar, en este ámbito, el sistema de tareas revela dos componentes fundamentales: tareas orientadas a reconstruir praxeologías matemáticas y tareas dirigidas a reconstruir praxeologías didácticas, centradas específicamente en el estudio de la proporcionalidad.

4.1. Áreas, sectores y temas en los textos del saber

El sistema de tareas sobre la proporcionalidad se incluye principalmente en los cursos de Aritmética, algunas tareas más aparecen en el curso de Álgebra, ambos cursos se estudian en los semestres iniciales de la carrera para profesor en México, la duración y el número de unidades de aprendizaje de cada uno se observan en la Tabla 2.

Plan de Estudios	Semestre	Áreas/Cursos	Horas/ semana	Unidad de Aprendizaje
PE2012	I	Aritmética: su aprendizaje y enseñanza	6	4
	II	Álgebra: su aprendizaje y enseñanza	6	3
PE2018	I	Aritmética. Números naturales	6	4
	II	Aritmética. Números decimales y fracciones	6	4
	III	Álgebra	6	3
PE2022	I	Aritmética. Su aprendizaje y su enseñanza	4	2
	II	Álgebra. Su aprendizaje y su enseñanza	4	3

Tabla 2. Programabilidad de la Disciplina y Áreas por Plan de Estudios.

Tanto la aritmética como el álgebra aparecen en los tres programas de estudio analizados, la primera se justifica por su fuerte presencia en la educación primaria, mientras que la segunda llega a las escuelas normales en 2012 con la idea de que el estudio del álgebra permitiría que los futuros profesores comprendieran mejor algunos conceptos de la aritmética. La diferencia entre los programas es mínima, los tres incluyen las mismas áreas, aunque en el PE2018 hay dos cursos de aritmética lo que permite estudiar la proporcionalidad con mayor amplitud y profundidad.

También se puede observar que mientras más reciente es el programa hay menos unidades de aprendizaje y menos horas por curso, por ejemplo, en el PE2022 solo se trabajan cuatro horas por semana para cada uno, lo que indica que el tiempo para la formación matemática y el estudio de la proporcionalidad ha disminuido. En la Tabla 3 se muestran las unidades de aprendizaje que corresponden a los sectores de estudio incluidos en cada curso y ligados a esta noción.

Plan de Estudios	Áreas (Cursos)	Sectores o Unidades de aprendizaje (UA)
PE2012	Aritmética: su aprendizaje y enseñanza	1. De los números en contexto a su fundamentación conceptual 2. Problemas de enseñanza relacionados con las operaciones aritméticas 3. Aspectos didácticos y conceptuales de los números racionales y los números decimales 4. Desarrollo del razonamiento proporcional
PE2018	Aritmética. Números decimales y fracciones	1. Las fracciones, su enseñanza y aprendizaje en el Plan y programas de estudio de educación primaria 2. Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del concepto de fracción y sus operaciones 3. Los números decimales, su enseñanza y aprendizaje en el Plan y programas de estudio de educación primaria 4. Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del concepto de número decimal y sus operaciones
PE2022	Álgebra. Su aprendizaje y su enseñanza	1. El pensamiento estructural 2. El pensamiento funcional 3. El pensamiento variacional

Tabla 3. Áreas y sectores.

Como se observa en la tabla anterior, los programas revisados evidencian una constante variación entre lo matemático y lo didáctico, mientras que en el PE2012 y el PE2022 predominan las organizaciones praxeológicas matemáticas, el PE2018 muestra mayor énfasis en las organizaciones didácticas al priorizar la búsqueda de estrategias de enseñanza y de aprendizaje. Respecto al tratamiento de la proporcionalidad, únicamente el PE2012 aborda el razonamiento proporcional de forma específica, en contraste, el PE2018 lo incluye de manera implícita dentro de la unidad "Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del concepto de fracción y sus operaciones", una situación similar ocurre en el PE2022, donde la proporcionalidad se integra en la unidad "El pensamiento variacional", en este caso, aunque se estudia desde el curso de Álgebra, su manejo mantiene la perspectiva de la organización matemática clásica. En conjunto, estas variaciones curriculares reflejan el intento por alcanzar un equilibrio adecuado entre los saberes disciplinares y didácticos, un objetivo que, dadas las continuas modificaciones, aún no se ha consolidado. Para mayor precisión, la Tabla 4 presenta los temas vinculados a la proporcionalidad que se integran en cada curso.

Plan de Estudios	Temas
PE 2012	1. Análisis de los conceptos de razón y proporción a través de diversas situaciones 2. Estudio del concepto de porcentaje y su representación gráfica 3. Resolución de problemas que involucran el cálculo de porcentajes 4. El estudio de la variación proporcional directa
PE 2018	1. Razones y proporciones 2. Variación proporcional directa
PE 2022	1. Los problemas matemáticos de proporcionalidad como situaciones de variación y cambio

	2. La generalización en la resolución de problemas de proporcionalidad

Tabla 4. Temas sobre proporcionalidad.

Los tres programas incluyen el tema de la proporcionalidad, pero el PE2012 plantea un mayor número de temas ligados a esta noción mientras que en el PE2018 y en el PE2022 se reducen a la mitad, sin embargo, este dato se vuelve variable cuando se revisan las cuestiones específicas de estudio y el número de tareas que se proponen en cada caso. En este sentido mientras que en el PE2012 y PE2018 se incluyen cuestiones puntuales como la variación proporcional directa e inversa, la constante de proporcionalidad en modelos tabulares, la construcción de gráficas de proporcionalidad, la resolución de problemas y la búsqueda del valor faltante, en el PE2022 los problemas de proporcionalidad se plantean en el contexto de la variación, el cambio y la generalización. Este desglose podría estar determinado por el manejo del tiempo didáctico que se asigna a cada programa en los tres planes de estudio.

4.2. El sistema de tareas matemático-didácticas

Al igual que las unidades de aprendizaje, la cantidad de temas incluidos deja ver la inclinación hacia lo matemático, la relevancia de este rasgo radica en que, por su naturaleza, las tareas matemáticas ubican al estudiante en el rol de aprendiz de matemáticas, mientras que las tareas didácticas lo colocan en el rol de eventual profesor con sus dimensiones de analista y diseñador, esto significa que el futuro profesor estudia más tiempo situándose como alumno que como profesor durante su formación. Al respecto la Tabla 5 muestra el número y tipo de tareas de proporcionalidad, que se incluyen en los programas de estudio, materiales y textos de apoyo y que se derivan del nivel de codeterminación didáctica en cuestiones específicas de la proporcionalidad.

Plan de Estudios	Tareas Matemáticas	Tareas Didácticas	Total de tareas
PE2012	24	9	33
PE2018	29	22	51
PE2022	10	4	14
Total	64%	36%	100%

Tabla 5. Sistema de tareas en el texto del saber.

Como se puede observar, el número de tareas difiere significativamente en los tres planes de estudio, en el PE2012 hay una clara tendencia a la formación disciplinar, de 33 tareas solo un 27% son tareas didácticas. En el PE2018 hay un número significativo de tareas y un ligero equilibrio entre ambas, pero en el PE2022 lo que destaca es una considerable disminución, del número total de 51 tareas que se incluían en PE2018 se reduce a 14, priorizando nuevamente las organizaciones matemáticas. Con este primer análisis se puede afirmar que, en tanto desarrollo praxeológico, la formación de profesores para la educación primaria en México presenta una inclinación hacia la formación matemática en comparación con lo didáctico.

a) Tareas Matemáticas

Un principio básico de la TAD es considerar que el saber matemático se construye (o se estudia) para responder a cuestiones problemáticas, pero también es el producto del proceso de estudio como

parte de la actividad matemática. En ese sentido, las tareas matemáticas que se desprenden del estudio de la proporcionalidad tienen que ver, además de la resolución y planteamiento de problemas con su delimitación y clasificación, así como la descripción, caracterización y control de técnicas hasta la aspiración de la construcción de argumentos sólidos y eficaces que fundamenten la validez de su proceder (Bosch, 1994). Esta tipología permite identificar cinco tipos de tareas matemáticas en los programas analizados (Tabla 6):

Plan de Estudios	Resolución de problemas	Planteamiento de problemas	Clasificación de problemas	Análisis de técnicas	Dominio de la técnica
PE2012	8	1	1	5	9
PE2018	16	1	2	4	6
PE2022	3	0	3	4	0
Total	27 (43%)	2 (3%)	6 (9%)	13 (21%)	15 (24%)

Tabla 6. Tareas matemáticas.

La distribución porcentual muestra que el tipo de tareas más frecuente es la resolución de problemas, situación coincidente con el enfoque de enseñanza de las matemáticas en los distintos niveles educativos, el propósito es que los estudiantes exploren diferentes técnicas de solución y seleccionen la más eficaz para resolver el problema. El segundo y el tercer tipo de tareas con mayor presencia corresponden al análisis y dominio de técnicas convencionales como la regla de tres, el valor unitario y productos cruzados, que se utilizan para resolver problemas de variación proporcional (directa, inversa o no proporcional) y, las tareas con menor presencia son el planteamiento y la clasificación de problemas. En lo que sigue se analizará cada tipo de tareas matemáticas:

- Tipo de tarea. Resolución de problemas.

Por lo general, las tareas matemáticas posicionan al futuro profesor en el rol de aprendiz de la disciplina. Aunque la actividad matemática se articula mediante diversas praxeologías que dan lugar a una multiplicidad de tareas, el análisis de los programas de estudio evidencia que la resolución de problemas prevalece como el tipo de tarea matemática dominante. La Figura 1 muestra un ejemplo de esta naturaleza al solicitar al profesor en formación que solucione tareas como la siguiente:

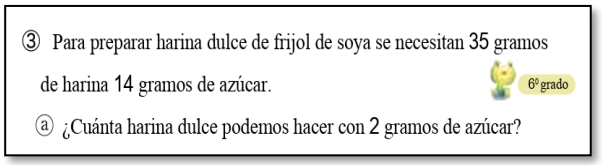


Figura 1. Tareas basadas en la resolución de problemas (Isoda y Cedillo, 2012b, p. 69).

En el PE2012 y PE2018 este tipo de tareas en su mayoría se plantean como problemas de proporcionalidad simple directa, lo cual coincide con la tipología de Cramer y Post (1993). Estas situaciones se categorizan en problemas de valor faltante, comparación numérica y predicción cualitativa. Dichas tareas abordan cuestiones específicas como la variación proporcional directa, su

representación gráfica y sus aplicaciones, lo que exige el análisis de magnitudes covariantes. El propósito fundamental de estos problemas es que el profesor en formación identifique la correspondencia o relación funcional entre diversas variables, tales como la cantidad de harina y azúcar, la longitud y el costo, o las proporciones en una mezcla. La Figura 1 ilustra el cálculo de un valor faltante a partir de la relación constante entre dos magnitudes, para resolver este tipo de tareas es posible recurrir a técnicas convencionales como la reducción a la unidad o la regla de tres simple. En los tres programas la resolución de problemas representa el 43% del total de tareas matemáticas sobre proporcionalidad, casi siempre se plantean para iniciar el estudio de un tema o cuestión, es decir, la resolución de problemas se utiliza como momento del primer encuentro con la praxeología y como exploración del entorno tecnológico teórico, en tal caso se les pide seleccionar y justificar la técnica empleada en la resolución.

- Tipo de tarea. Planteamiento de problemas.

Este tipo de tareas consiste en la formulación de problemas tomando como referente aquellos previamente resueltos durante su formación, su implementación presenta tres modalidades principales: solicitar a los estudiantes el diseño de situaciones análogas a un problema modelo; requerir la estructuración de un enunciado a partir de un conjunto de datos proporcionados; o bien, solicitar la creación de problemas abiertos sobre una noción particular -como los porcentajes, inherentes al estudio de la proporcionalidad- sin brindar información numérica previa (Figura 2).

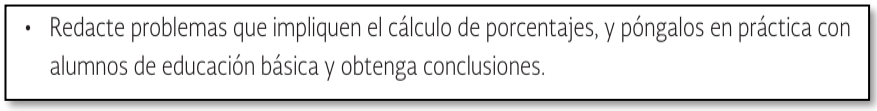
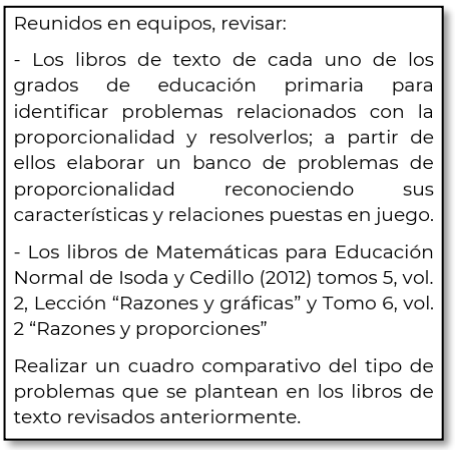


Figura 2. Planteamiento de problemas (SEP, 2012, p. 54).

Las tareas de este tipo aparecen en el PE2012 y en el PE2018, una característica es que se pide a los estudiantes plantear problemas para su puesta en práctica con alumnos de educación primaria. Si bien el planteamiento de problemas es una tarea importante porque permite reflexionar sobre las relaciones establecidas en un tipo de problema particular, en contraste con la resolución de problemas que ocupa el 43% del total de tareas matemáticas, el planteamiento de problemas únicamente representa el 3% de las tareas matemáticas y en el PE2022 no se incluye ninguna, solo se recuperan problemas ya estructurados para conformar un repositorio que permita posteriormente su clasificación. Estos datos evidencian una fuerte restricción en los niveles de codeterminación didáctica del actual texto del saber, mientras que los dos primeros planes de estudio favorecían al profesor en formación la flexibilidad y creatividad matemática necesarias para el diseño de problemas, este último plan de estudios sustituye la creación por la clasificación en un banco de problemas previamente elaborados, como se observa en la siguiente tipología:

- Tipo de tarea. Clasificación de problemas.

En este grupo de tareas generalmente se pide al estudiante que identifique qué tipo de relación proporcional está presente en el problema para ubicarlo en una cierta categoría y detectar la técnica más eficiente para su solución. En la revisión del sistema de tareas para la proporcionalidad, el 9% de las tareas matemáticas son de ese tipo y se ubican en los tres programas curriculares, un ejemplo de estas tareas se presenta en la Figura 3:


Reunidos en equipos, revisar:

- Los libros de texto de cada uno de los grados de educación primaria para identificar problemas relacionados con la proporcionalidad y resolverlos; a partir de ellos elaborar un banco de problemas de proporcionalidad reconociendo sus características y relaciones puestas en juego.

- Los libros de Matemáticas para Educación Normal de Isoda y Cedillo (2012) tomos 5, vol. 2, Lección "Razones y gráficas" y Tomo 6, vol. 2 "Razones y proporciones"

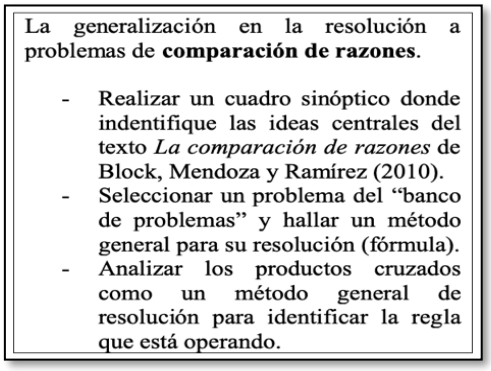
Realizar un cuadro comparativo del tipo de problemas que se plantean en los libros de texto revisados anteriormente.

Figura 3. Clasificación de problemas (SEP, 2022, p. 44).

En los tres programas de estudio es común que la clasificación se presente posterior a la resolución y análisis de situaciones problema y en algunos casos se complemente con una especie de subtarea ligada a lo didáctico en la que se pide al estudiante que reflexione sobre la complejidad entre unos y otros. Otra característica de este tipo de tareas es la pretensión de construir un discurso tecnológico, más que la creación de una técnica propia de la resolución de problemas, con el propósito de justificar y validar la comprensión de cuestiones como la razón, el porcentaje, la variación proporcional directa, inversa y múltiple, así como los diversos tipos de situaciones que con ellas se pueden plantear.

- Tipo de tarea. Análisis de técnicas.

En estas tareas los estudiantes para profesor revisan las técnicas disponibles para resolver un cierto tipo de problema, buscan reconocer la más eficaz y analizan los principios de su funcionamiento. Las tareas de este tipo están presentes en los tres programas y representan el 21% del total de tareas matemáticas lo que parece indicar la importancia que los programas dan al conocimiento de la técnica convencional en los futuros profesores. Un ejemplo de ello es la Figura 4:


La generalización en la resolución a problemas de **comparación de razones**.

- Realizar un cuadro sinóptico donde indentifique las ideas centrales del texto *La comparación de razones* de Block, Mendoza y Ramírez (2010).
- Seleccionar un problema del "banco de problemas" y hallar un método general para su resolución (fórmula).
- Analizar los productos cruzados como un método general de resolución para identificar la regla que está operando.

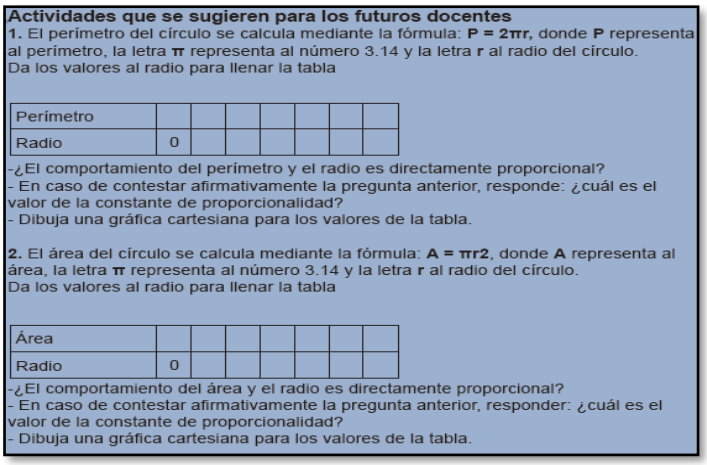
Figura 4. Análisis de técnicas (SEP, 2022, p. 45).

El texto del saber muestra que en algunos casos el análisis de la técnica se lleva a cabo después de resolver un problema y es parte del proceso de validación, justificación y evaluación de las técnicas

con las que se resuelven los problemas planteados; sin embargo la mayor parte de las tareas encontradas muestra énfasis en el análisis de métodos convencionales como se observa en la Figura 4 con la técnica de productos cruzados para la comparación de razones lo que lleva al uso de un discurso tecnológico-teórico de la organización clásica (Bosch et al., 2023).

- Tipo de tarea. Dominio de la técnica.

En este tipo de tareas se pretende que el estudiante llegue a dominar totalmente la técnica, es decir que se vuelva hábil y rápido en el uso de la técnica convencional que resuelve un cierto tipo de problemas, se trata entonces de ejercitar la técnica hasta que el proceso se vuelva casi mecánico. Las tareas para el dominio de la técnica se incluyen solo en el PE2012 y el PE2018, representan el 24% del total de las tareas matemáticas y generalmente se trabajan mediante ejercicios que corresponden a la técnica convencional o lecciones en las que se explica la naturaleza de las técnicas utilizando tareas ya resueltas, un ejemplo de ello se aprecia en la Figura 5:



Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. El perímetro del círculo se calcula mediante la fórmula: **P = 2πr,** donde **P** representa al perímetro, la letra **π** representa al número 3.14 y la letra **r** al radio del círculo.
Da los valores al radio para llenar la tabla

Perímetro							
Radio	0						

-¿El comportamiento del perímetro y el radio es directamente proporcional?
- En caso de contestar afirmativamente la pregunta anterior, responde: ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?
- Dibuja una gráfica cartesiana para los valores de la tabla.

2. El área del círculo se calcula mediante la fórmula: **A = πr2**, donde **A** representa al área, la letra **π** representa al número 3.14 y la letra **r** al radio del círculo.
Da los valores al radio para llenar la tabla

Área							
Radio	0						

-¿El comportamiento del área y el radio es directamente proporcional?
- En caso de contestar afirmativamente la pregunta anterior, responder: ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?
- Dibuja una gráfica cartesiana para los valores de la tabla.

Figura 5. Ejercicios para el dominio de la técnica (Cedillo et al., 2012, p. 115).

Tareas como la anterior se utilizan para trabajar la técnica con la que se resuelven los problemas o bien como una tarea de evaluación que permite identificar si los profesores en formación comprenden cada uno de sus pasos y su correspondencia con la tarea planteada. Las tareas de esta naturaleza se basan en completar una técnica inconclusa o bien ejercitar una técnica previamente instituida con el propósito de desarrollar habilidades para su implementación en los problemas correspondientes. Las técnicas abordadas en el texto del saber coinciden con las mostradas por Fernández et al. (2008), como la constante de proporcionalidad, la regla de tres y la reducción a la unidad.

b) Tareas Didácticas

Como se ha señalado, las matemáticas del enseñante no solo integran tareas que le permiten al futuro profesor comprender las matemáticas que ha de enseñar, otro componente importante son las tareas que le habilitan para comprender las propuestas de enseñanza, en otros términos, las tareas para la preparación y gestión de la enseñanza también son necesarias. Esta articulación entre ambas tareas se remite al isomorfismo didáctico-matemático, a la determinación recíproca entre las praxeologías matemáticas y didácticas que las hace indisolubles. Enseguida se muestra el número y tipo de tareas didácticas que se incluyen en cada uno de los programas analizados y que responden al nivel de codeterminación de las cuestiones específicas de la enseñanza de la proporcionalidad (Tabla 7).

Plan de Estudios	Revisión de textos didácticos y materiales escolares	Evocación de técnicas y tecnologías	Diseño y análisis de secuencias	Gestión y análisis de la práctica docente
PE2012	0	1	7	1
PE2018	5	6	8	3
PE2022	3	0	1	0
Total	8 (23%)	7 (20%)	16 (46%)	4 (11%)

Tabla 7. Tareas didácticas.

En los tres programas hay 98 tareas para el estudio de la proporcionalidad, el 64% son matemáticas y el 36% son didácticas. En este último porcentaje se observan dos grupos de tareas: las tareas de diseño, de análisis, de organización de dispositivos de estudio y de gestión de sus entornos, y tareas de apoyo para el estudio de la gestión y de la educación. De acuerdo con Chevallard (2002) diseñar una clase o un dispositivo didáctico, conocer lo que saben los alumnos, las condiciones de la enseñanza, las formas sugeridas de evaluar, entre otras, son tareas del primer grupo. Dar una clase, evaluar los aprendizajes de los alumnos, analizar las técnicas que ellos utilizan y validar la eficacia de un dispositivo son tareas didácticas del segundo grupo. En la formación docente por lo general este tipo de tareas se presentan de forma secuencial, es decir se inicia con tareas matemáticas de proporcionalidad y posteriormente se revisan aspectos relacionados con su enseñanza hasta concluir con la gestión de dispositivos en la práctica docente, de acuerdo a ello se presentan los siguientes resultados:

- Tipo de tarea. Revisión de textos didácticos y materiales escolares.

Dentro de la formación de profesores el análisis de documentos pedagógicos y de materiales escolares constituye uno de los principales tipos de tareas de índole didáctica, en conjunto los programas escolares del PE2018 y el PE2022 muestran casi una cuarta parte de organizaciones didácticas asociadas a este rubro. En este tema se incluyen tareas en las que se requiere leer y analizar textos con un enfoque didáctico sobre la proporcionalidad, lo que permite pensar en un momento tecnológico teórico para los estudiantes (Figura 6):

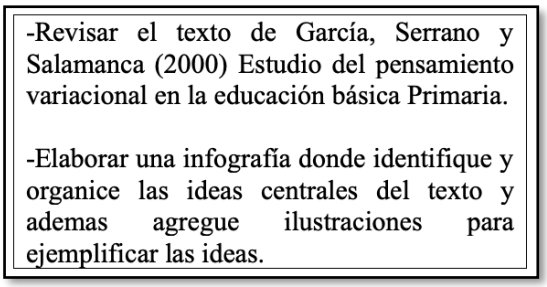
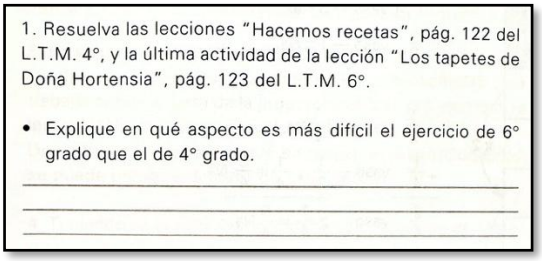


Figura 6. Proporcionalidad en textos de enseñanza (SEP, 2022, p. 43).

La inclusión de textos didácticos con orientaciones para la enseñanza de la proporcionalidad como el que se muestra en la figura anterior, presenta, por un lado, el análisis de la praxeología matemática seguido de alternativas de trabajo en el aula. En otros casos, estos documentos pueden

presentar producciones de los niños, poniendo énfasis en la revisión del dispositivo empleado y en la técnica para identificar sus dificultades de aprendizaje. Si bien los programas exigen la revisión de este tipo de literatura, no se observa una vinculación explícita de un MER didáctico para el estudio de la proporcionalidad, tal como lo plantean Bosch et al. (2023). Por su parte, las tareas centradas en el análisis de materiales escolares tienen como propósito examinar cómo se constituye el abordaje de la proporcionalidad en los libros de texto para, posteriormente, evaluar su estructura y nivel de complejidad, tal como lo muestra la Figura 7.


1. Resuelva las lecciones "Hacemos recetas", pág. 122 del L.T.M. 4°, y la última actividad de la lección "Los tapetes de Doña Hortensia", pág. 123 del L.T.M. 6°.

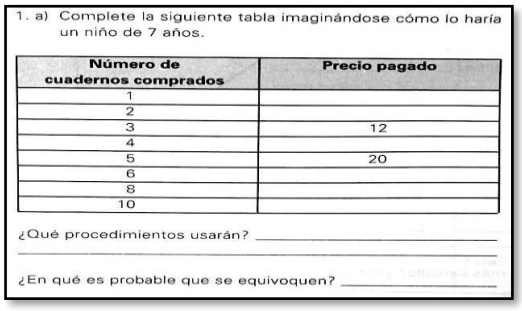
- Explique en qué aspecto es más difícil el ejercicio de 6° grado que el de 4° grado.

Figura 7. La proporcionalidad en los materiales de estudio (SEP, 1996, p. 141).

En esta aproximación el objetivo consiste en identificar los contenidos de la proporcionalidad en diferentes grados escolares, lo que representa la posibilidad de que el estudiante reconozca el objeto matemático en dispositivos de diferente complejidad. En el ejemplo anterior se analizan los textos escolares de educación primaria para identificar el tratamiento de la proporcionalidad a lo largo de este nivel educativo, posibilitando el análisis del objeto matemático en su configuración como texto del saber de dicho nivel educativo. Para cumplir con esta tarea se requiere identificar las variables que vuelven más o menos compleja una situación de enseñanza, es decir los tipos de proporcionalidad, su representación y sus técnicas convencionales de resolución, por lo que en términos de las praxeologías es necesario comprender la naturaleza de la organización matemática en juego y su organización didáctica en el texto (Chevallard, 1999).

- Tipo de tarea. Evocación de la técnica.

Este tipo de tareas son de evocación porque no se le pide al futuro profesor que analice las estrategias utilizadas por los niños, sino que imagine cuáles pudieran utilizar para resolver un problema dado. Se incluyen en los PE2012 y PE2018 para que el estudiante pueda reflexionar sobre las técnicas que posiblemente utilicen los niños, sobre las acciones didácticas necesarias para su evolución y su manejo para la transición de técnicas informales a convencionales, también pueden reflexionar sobre el aprendizaje que genera en los alumnos una situación específica para predecir los posibles errores (Figura 8).


1. a) Complete la siguiente tabla imaginándose cómo lo haría un niño de 7 años.

Número de cuadernos comprados	Precio pagado
1	
2	
3	12
4	
5	20
6	
8	
10	

¿Qué procedimientos usarán? _____

¿En qué es probable que se equivoquen? _____

Figura 8. Tarea evocación de estrategias (SEP, 1996, p. 118).

Las tareas de evocación como la anterior solicitan al futuro profesor que imagine o evoque las posibles técnicas o estrategias que podrían utilizar sus eventuales alumnos para resolver un problema de proporcionalidad en una representación tabular que lleva al cálculo del valor unitario o a la regla de tres. El valor didáctico de este tipo de tareas tiene que ver con reflexionar, luego de la evocación, cuáles serían las acciones del profesor para orientar la búsqueda y justificación de las técnicas por parte de los niños. Esta premisa coincidente con Buforn et al. (2022) confirma que la evocación permitirá a los futuros profesores reconocer el razonamiento de sus alumnos y dar respuesta a las soluciones imprevistas de los niños cuando se enfrenten a situaciones reales de enseñanza.

- Tipo de tarea. Diseño y análisis de secuencias de enseñanza.

Estas tareas implican examinar cómo se presentan las nociones de proporcionalidad desde algunas propuestas de enseñanza, indican la revisión secuencial de los conceptos que la integran, los tipos de representación derivados, su propuesta de enseñanza, las actividades que se plantean y los contextos en los que se utilizan. El 46% de las tareas didácticas se ubican en esta categoría y representan la mayor tendencia en organizaciones praxeológicas didácticas para la formación de profesores, con actividades como las de la Figura 9.

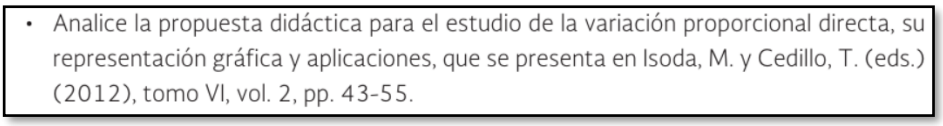


Figura 9. Análisis de secuencias didácticas (SEP, 2012, p. 56).

Tanto el PE2012 como el PE2018 integran este tipo de tareas vinculadas a las organizaciones didácticas, estructurando una progresión temática que parte de la comparación de cantidades y avanza hacia la razón, la proporción, la variación proporcional y no proporcional, el porcentaje y la proporcionalidad inversa. De manera particular, las secuencias didácticas sobre proporcionalidad que analizan los profesores en formación muestran un orden similar para el manejo de cuestiones específicas. Dicho recorrido contempla: la resolución de problemas como planteamiento inicial, la transición hacia representaciones tabulares y gráficas, la formalización de técnicas convencionales (tales como el cálculo del valor unitario y la regla de tres), la resolución de ejercicios para asegurar el dominio técnico y, finalmente, la aplicación de lo aprendido en situaciones problemáticas.

Por su parte, el PE2022 enuncia solo una tarea de esta naturaleza, pero enfocada al diseño de una secuencia didáctica con orientaciones pedagógicas específicas (Figura 10):

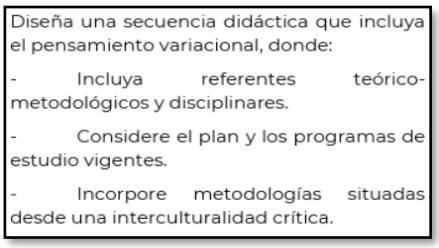
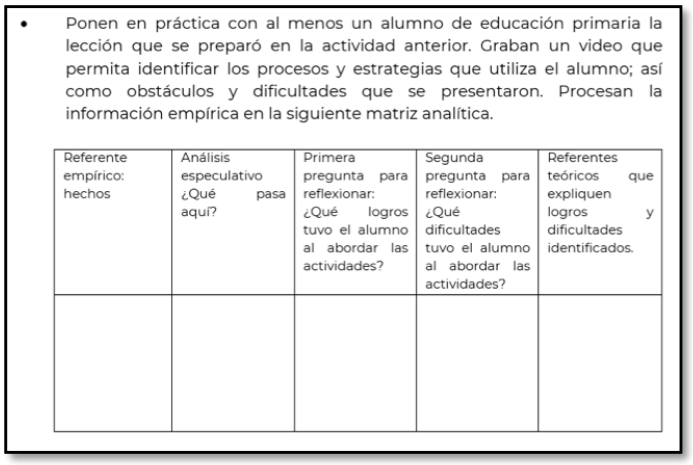


Figura 10. Diseño de secuencias didácticas (SEP, 2022, p. 46).

El propósito de la tarea anterior es diseñar una secuencia en la que se involucre una determinada noción matemática vinculada con el pensamiento variacional, esto favorece la concepción y organización de dispositivos de enseñanza donde se integran saberes matemáticos y didácticos por parte del estudiante para su posterior gestión en el aula (Santori et al., 2025), sin embargo en los programas de estudio, se observa mayor tendencia al análisis que al diseño, lo que llevaría a la construcción de un logos alejado de la praxis con el reconocimiento de discursos teóricos y tecnológicos sobre las razones y proporciones que favorecen su organización más allá de su aplicación.

- Tipo de tarea. Gestión y análisis de la práctica docente.

Las tareas de gestión se presentan únicamente en PE2012 y en PE2018 con un pequeño porcentaje global (11%), tienen el propósito de gestionar en el aula ciertas actividades o problemas y luego evaluar sus resultados. Son tareas de dirección del estudio de la proporcionalidad y las únicas que se ubican en el contexto real de la práctica de enseñanza (Figura 11):



- Ponen en práctica con al menos un alumno de educación primaria la lección que se preparó en la actividad anterior. Graban un video que permita identificar los procesos y estrategias que utiliza el alumno; así como obstáculos y dificultades que se presentaron. Procesan la información empírica en la siguiente matriz analítica.

Referente empírico: hechos	Análisis especulativo ¿Qué pasa aquí?	Primera pregunta para reflexionar: ¿Qué logros tuvo el alumno al abordar las actividades?	Segunda pregunta para reflexionar: ¿Qué dificultades tuvo el alumno al abordar las actividades?	Referentes teóricos que expliquen logros y dificultades identificados.

Figura 11. Análisis de la práctica docente (SEP, 2018, p. 21).

Tareas como la anterior, parten de un diseño previo que puede ser una secuencia didáctica, un problema, o una lección con varias actividades establecidas para la enseñanza de la proporcionalidad, en la Figura 11 se observa que la gestión de la lección puede desarrollarse con un alumno, sin que implique una práctica grupal, el análisis posterior a la gestión se basa en un entorno tecnológico-teórico, donde se revisan referentes empíricos y conceptuales así como cuestiones relacionadas con el aprendizaje de los alumnos, sus alcances y dificultades. Siguiendo a Santori et al. (2025) este tipo de tareas tiene el propósito de que una vez que los profesores en formación vivieron tareas de aprendizaje como estudiantes, ahora apliquen y gestionen esa misma tarea con alumnos de un determinado grado escolar de la escuela primaria con ciertas adecuaciones de complejidad para los alumnos de este nivel educativo.

5. Consideraciones finales

El objetivo que se planteó en este trabajo fue analizar el sistema de tareas de proporcionalidad en el texto del saber para la formación de profesores de educación primaria en México. A través de un análisis de contenido se revisaron los programas de los últimos tres planes de estudio y los materiales de enseñanza sugeridos en el currículo. Los resultados indicaron que el sistema de tareas muestra de manera global una mayor tendencia al dominio disciplinar matemático, mientras que las tareas didácticas alcanzan apenas una tercera parte del total de tareas, esta diferencia es visible sobre todo en

el PE2012 y el PE2022 y aunque en el PE2018 se logra cierto equilibrio entre ambos tipos de tareas, la última y actual reforma curricular vuelve a la tendencia global de énfasis disciplinar y a la reducción general de tareas para el estudio de la proporcionalidad.

Estos resultados se observan asociados con dos aspectos: por un lado, esta tendencia se sustenta en la consideración de que una parte importante de la formación tiene que ver con el dominio de los contenidos matemáticos, bajo el supuesto de que ello es suficiente para el devenir de un profesor de escuelas primarias; por otro lado, el manejo del tiempo didáctico que se observa en los niveles de codeterminación didáctica y la programabilidad en el texto del saber parecen configurar el sistema de tareas, ya que mientras mayor número de horas y cursos designados para el estudio de las matemáticas mayor equilibrio entre tareas matemáticas y didácticas, además cuando el tiempo didáctico disminuye la atención se centra en la formación disciplinar. Dicha situación coincide con la postura de Chevallard (1999) cuando señala que en el análisis de la transposición didáctica y del tiempo didáctico no hay que olvidar la reducción de los saberes a un texto.

En lo que respecta a los sectores y temas encontrados en los niveles de codeterminación de los tres programas de estudio, se observa una vinculación con los contenidos temáticos de la proporcionalidad que se estudian en la escuela primaria, es decir, la razón, la proporción, el porcentaje y la variación proporcional directa e inversa. Y aunque en el PE2022 estos temas se abordan en el curso de Álgebra, es visible también la organización clásica de la proporcionalidad como preámbulo a la variación funcional; esta situación es coincidente de alguna forma con resultados de investigaciones como la de Buforn et al. (2018) que afirman que el diseño de tareas profesionales sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en educación primaria está vinculado con los programas de formación de maestros y por otra parte con estudios como el de Bosch et al. (2023) cuando enuncian que el énfasis en las praxeologías o tareas de carácter matemático en educación primaria recurren al modelo clásico de la proporcionalidad y al discurso tecnológico de la Teoría de Razones y Proporciones.

En cuanto a las tareas matemáticas, resulta significativo que un gran porcentaje se enfoque en la resolución de problemas y en el dominio de la técnica convencional. Esta tendencia posiciona al profesor en formación en el rol de aprendiz de matemáticas más que en su papel de eventual profesor, revelando una premisa implícita en el texto del saber: la creencia de que el dominio matemático de la proporcionalidad brindará, de modo natural, las herramientas necesarias para su enseñanza en la escuela primaria. Las tareas de esta naturaleza centran su interés en la construcción de significados conceptuales y en el ejercicio de técnicas como la regla de tres, el valor unitario, la constante de proporcionalidad y las relaciones directas e inversas (Fernández, et al., 2008). Este énfasis institucional podría responder a las dificultades encontradas por Rivas et al. (2012) respecto a la deficiente comprensión y uso de las propiedades de la proporcionalidad al observar una fuerte predominancia de modelos tabulares orientados al cálculo del valor unitario y la regla de tres. Dicha mecanización reafirma el riesgo señalado por Martínez-Juste et al. (2022), quienes advierten que el aprendizaje memorístico y rutinario de la regla de tres, así como de otras representaciones, no es suficiente para consolidar un verdadero conocimiento matemático en la formación de profesores.

Respecto a las tareas didácticas para el estudio de la proporcionalidad, los hallazgos coinciden con lo planteado por Santori et al. (2025) al destacar la necesidad de integrar en la formación docente tareas vinculadas al análisis de documentos pedagógicos, materiales escolares y secuencias de enseñanza, pero sobre todo de gestión en el aula. En este sentido, los tres programas de estudio favorecen el papel del futuro docente como analista de situaciones donde, hipotéticamente, se problematiza al alumno de primaria para propiciar la evocación de técnicas y tecnologías. Sin embargo, la revisión de textos didácticos con orientaciones específicas para enseñar la proporcionalidad solo se presenta de

manera explícita en el PE2018 y en el PE2022, esto deja en claro que, aunque es indispensable desplegar un discurso teórico propio de la didáctica de las matemáticas (es decir, un MER didáctico que integre conceptos como medio, contrato, situación didáctica o momentos de estudio) persiste una notable ausencia de este tipo de tareas; por consiguiente se deduce que el topos del estudiante se mantiene restringido a una didáctica para la acción.

Otro aspecto que se observa limitado para el caso de la proporcionalidad es el medio donde el profesor en formación se insertará profesionalmente, es decir las tareas de gestión o análisis de la práctica docente enunciadas por Chevallard (2002) y Santori et al. (2025) constituyen el menor porcentaje para las tareas didácticas, la revisión de la práctica tanto propia como la de los profesores en servicio se observa limitada en los dos primeros programas curriculares, mientras que en el PE2022 su ausencia es evidente, esta carencia estructural parece derivar de la desarticulación institucional y temporal, donde los momentos curriculares para el abordaje de una organización praxeológica matemática específica, como la proporcionalidad, no están sincronizados con las jornadas de práctica profesional del estudiante en el aula.

Los resultados indican la necesidad de replantear el estudio de la didáctica de la proporcionalidad dada su importancia como saber longitudinal en los diversos niveles educativos, de manera particular en la formación de profesores su abordaje resulta ineludible desde los niveles de codeterminación didáctica con la precisión de un equilibrio intrínseco como organización matemática pero también como organización didáctica, donde el sistema de tareas otorgue respuesta a las necesidades de la formación y profesionalización docente, es decir tanto del aprendizaje de cuestiones específicas de la proporcionalidad como aquellas tendientes a su didactificación. Este trabajo abre nuevas posibilidades de investigación en el campo de la didáctica de las matemáticas, donde el estudio de la proporcionalidad en los espacios de práctica docente permita la conjunción de los bloques técnico-práctico y tecnológico-teórico para la gestión del conocimiento.

Bibliografía

Arican, M., Verschaffel, L. y Van Dooren, W. (2025). Preservice middle school mathematics teachers' strategy repertoire in proportional problem solving. *Research in Mathematics Education, 27,* 23-43. https://doi.org/10.1080/14794802.2023.2212260

Balderas, R. G., Block, D. y Guerra, M. T. (2014). Sé cómo se hace, pero no por qué. Fortalezas y debilidades de los saberes sobre la proporcionalidad de maestros de secundaria. *Educación Matemática, 26*(2), 7-32. https://doi.org/10.24844/EM2602.01

Bardin, L. (2002). *Análisis de contenido* (3.ª ed.). Ediciones Akal.

Block, D., Mendoza, T. y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. SM.

Bolea, P. (2002). *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares.* [Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza].

Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad.* [Tesis doctoral. Universidad de Barcelona].

Bosch, M., Vu-Nhu, T. H. y Wijayanti, D. (2023). Curriculum Reforms and the Construction of the Knowledge to Be Taught. In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) *Mathematics Curriculum Reforms Around the World.* New ICMI Study Series. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_7

Buforn, A., Llinares, S. y Fernández, C. (2018). Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción. *RMIE*, *23*(76), 229–251. https://ojs.rmie.mx/index.php/rmie/article/view/448/820

Buforn, À., Llinares, S., Fernández, C., Coles, A. y Brown, L. (2022). Pre-service teachers' knowledge of the unitizing process in recognizing students' reasoning to propose teaching decisions.

International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53(2), 425–443. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1777333

Burgos, M. y Chaverri, J. (2023). Creación de problemas de proporcionalidad en la formación de docentes de primaria. *Uniciencia 37*(1), 1-24. http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.14

Burgos, M. y Godino, J. D. (2021). Conocimiento didáctico-matemático de la proporcionalidad en futuros maestros de educación primaria. *Profesorado, Revista de Currículum Y Formación del Profesorado, 25*(2), 281-306. https://doi.org/10.30827/profesorado.v25i2.8725

Castillo, M. J., Burgos, M. y Díaz, J. (2022). Guía de análisis de lecciones de libros de texto de matemáticas en el tema de proporcionalidad. *Uniciencia, 36*(1), 234-252. https://doi.org/10.15359/ru.36-1.14

Cedillo, T. y Cruz, V. (2012). *Del sentido numérico al pensamiento prealgebraico.* Pearson.

Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A., Cruz, V., Ramírez, M. E. y Vega, E. (2012). *Matemáticas para la Educación Normal: guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética.* Pearson.

Cramer, K. y Post, T. (1993). Connecting Research to Teaching Proportional Reasoning. *Mathematics Teacher, 86*(5), 404-407.

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* La pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologique du Didactique. *Recherches en didactique des mathématiques 19*(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2001). *Aspectos problemáticos de la formación docente.* Conferencia impartida en las XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, Huesca, España.

Chevallard, Y. (2002). *Nouveaux dispositifs didactiques au collège et au lycée: raisons d'être, fonctions, devenir.* Communication aux Journées de la commission inter-IREM Didactique. Paru dans les actes correspondants, IREM, Dijon, pp. 1-26.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D. y Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. Springer.

Espinoza, J., Buforn, Á. y Llinares, S. (2025). Perfiles de estudiantes para profesor de matemáticas al mirar profesionalmente el razonamiento proporcional. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y Experiencias didácticas, 43*(3), 31–50. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.6472

Fernández, C., Ivars, P., Rojas, F. y Castillo, S. (2024). Desde estrategias aditivas hasta estrategias proporcionales: Características identificadas con estudiantes de Educación Básica Media y Superior de Ecuador. *Educación Matemática, 36*(2), 68-91. https://doi.org/10.24844/em3602.03

Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2008). Implicative analysis of strategies in solving proportional and non-proportional problems. En O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 30th Annual Meeting of the North American Chapter* (Vol. 3, pp. 1–8). Cinvestav.

Florensa, I., García, F. J. y Sala, G. (2020). Condiciones para la enseñanza de la modelización matemática: Estudios de caso en distintos niveles educativos. *Avances de Investigación en Educación Matemática,* (17), 21–37. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i17.315

García, F. J. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales.* [Tesis doctoral, Universidad de Jaén].

García, G., Serrano, C. y Salamanca, J. M. (2000). Estudio del pensamiento variacional en la educación básica primaria. En *Memorias del XVII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística (pp. 36-38).* Universidad Pedagógica Nacional.

Géron, C., Stegen, P. y Daro, S. (2007). *L´enseignement de la proportionnalité.* ASBL Hypothèse.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2016). *Metodología de la investigación.* McGraw-Hill Interamericana.

Isoda, M. y Cedillo, T. (2012a). *Matemáticas para la Educación Normal*, *Tomo V, Vol. 2*. Pearson.
Isoda, M. y Cedillo, T. (2012b). *Matemáticas para la Educación Normal, Tomo VI, Vol. 2.* Pearson.
Kuzniak, A., Montoya, E. y Richard, P. (2022). *Mathematical work in educational context: The perspective of the theory of mathematical working spaces.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8
Lamon, S. (1993). Ratio and Proportion: Connecting Content and Children's Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*, 41-61.
Marcillo, Z. A. y Manobanda, A. A. (2026). Didáctica del razonamiento proporcional y reducción de errores sistemáticos en matemática. *Visión Académica, 4*(1), 87-98. https://doi.org/10.70577/03xexv66
Martínez-Juste, S., Oller-Marcén, A. M., Muñoz-Escolano, J. M. y Beltrán-Pellicer, P. (2022). Sobre la regla de tres y la proporcionalidad aritmética. *La Gaceta de la RSME, 25*(2), 353–371. https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1694
Rivas, M. A., Godino, J. D. y Castro, W. F. (2012). Desarrollo del conocimiento para la enseñanza de la proporcionalidad en futuros profesores de primaria. *Bolema, 26*(42b), 559–588. https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000200008
Ruiz, L. y García, F. J. (2007). Didáctica de las matemáticas y formación de maestros: respuestas y desafíos (desde la TAD) en A. Brooner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade y C. Ladage (Eds.), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action.* (pp. 171-213). IUFM de l'Académie de Montpellier.
Ruiz-Olarría, A., Bosch, M. y Gascón, J. (2019). Construcción de una praxeología para la enseñanza en la institución de formación del profesorado. *Educación Matemática*, *31*(2), 132-160. https://doi.org/10.24844/em3102.06
Sánchez, E. A. (2023). Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: Una mirada desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico 1. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(1), 65–97. https://relime.org/index.php/relime/article/view/227
Santori, M. L., Martínez, M. E. y Filippa, L. (2025). Análisis y rediseño de un recorrido de estudio e investigación en la formación de profesores. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 21*(75), 1-19. https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1677
SEP. (1996). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Segunda parte.* Programa Nacional de Actualización Permanente.
SEP. (2012). *Aritmética: su aprendizaje y enseñanza. Licenciatura en Educación Primaria. Programa del curso.* DGESPE.
SEP. (2018). *Aritmética. Números decimales y fracciones. Licenciatura en Educación Primaria. Programa del curso.* DGESPE.
SEP. (2022). *Álgebra: su aprendizaje y enseñanza. Licenciatura en Educación Primaria. Programa del curso.* DGESuM.
Soto, M., Aguayo, L. M. y Jiménez, O. D. (2024). La proporcionalidad en la formación de profesores. Del programa cognitivo al programa epistemológico. *Revista de Investigación Educativa, Intervención Pedagógica y Docencia, 2*(1), 85-102. https://doi.org/10.71770/rieipd.v2i1.2305
Valverde, G. y Castro, E. (2012). Prospective elementary school teachers' proportional reasoning. *PNA, 7*(1), 1-19.

Maricela Soto Quiñones. Licenciatura en Educación Primaria por la Benemérita Escuela Normal "Manuel Ávila Camacho", Maestría en Ciencias de la Educación con especialidad en Investigación Educativa por la Universidad Autónoma de Zacatecas y Doctorado en Desarrollo Educativo con énfasis en la formación de profesores por la Universidad Pedagógica Nacional, cuenta con la Especialidad en formación de formadores por el Centro de Cooperación Regional para la educación de adultos en América Latina y el Caribe. Email: sotoqm23@gmail.com

Luis Manuel Aguayo Rendón. Maestría en Educación y Doctorado en Educación con especialidad en Educación Matemática por la Universidad Pedagógica Nacional. Su línea de investigación se enfoca a la formación de profesores, Educación y Didáctica de las Matemáticas. Actualmente es profesor investigador en la Maestría en Educación Básica y coordinador del Doctorado en Desarrollo Educativo en el Capítulo Noreste de la Universidad Pedagógica Nacional. Email: l_aguo@yahoo.com.mx