NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 124, noviembre de 2026, páginas 207-215

Las matemáticas detrás de una naranja: Una secuencia didáctica para estudiar la esfera

Luis Barrios Soto
(IED La Salle e Institución Universitaria de Barranquilla. Colombia)
Xiomara Arrieta
(Universidad del Zulia. Venezuela)

Fecha de recepción: A cumplimentar por el editor
Fecha de aceptación: A cumplimentar por el editor

Resumen

La enseñanza escolar de la geometría suele centrarse en figuras planas, con predominio de metodologías tradicionales y la memorización de fórmulas, lo que limita el desarrollo del pensamiento espacial y la comprensión de los cuerpos geométricos. En este contexto, el presente trabajo describe una secuencia didáctica innovadora que utiliza una naranja como recurso cotidiano para explorar el concepto de esfera de manera contextualizada y significativa. La propuesta se fundamenta en el modelo pedagógico BARRISO, orientado al desarrollo del pensamiento geométrico espacial, y se estructura en tres fases progresivas: exploración sensorial de la naranja como representación de la esfera, medición de sus elementos para el cálculo del volumen y digitalización del modelo mediante herramientas como GeoGebra y realidad aumentada. La metodología adoptada responde a un enfoque cualitativo con diseño de investigación-acción de carácter descriptivo, que vincula reflexión pedagógica y práctica docente. Los hallazgos muestran que la integración de recursos físicos y digitales favorece la motivación, la visualización tridimensional y la comprensión significativa de la esfera. En conclusión, se invita a los docentes a implementar estrategias innovadoras y contextualizadas que potencien la enseñanza de la geometría en el aula.

Palabras clave Esfera, secuencia didáctica, matemáticas, modelo BARRISO.

Abstract

Geometry teaching in schools is often limited to plane figures, with traditional methodologies and formula memorization prevailing, which restricts the development of spatial thinking and the understanding of three-dimensional solids. In this context, the present paper describes an innovative teaching sequence that uses an orange as a familiar everyday resource to explore the concept of the sphere in a contextualized and meaningful way. The proposal is grounded in the BARRISO pedagogical model, aimed at fostering spatial geometric thinking, and is structured in three progressive phases: sensory exploration of the orange as a representation of the sphere, measurement of its elements for volume calculation, and digital modeling using tools such as GeoGebra and augmented reality. The methodology follows a qualitative approach with a descriptive action-research design, integrating pedagogical reflection with classroom practice. Findings suggest that combining physical and digital resources enhances students' motivation, three-dimensional visualization, and meaningful understanding of the sphere. In conclusion, teachers are encouraged to implement innovative and contextualized strategies that enrich geometry teaching and foster active learning in the classroom.

Keywords Sphere, teaching sequence, mathematics, BARRISO model.

Sociedad Canaria de Profesorado de Matemáticas
Luis Balbuena Castellano

1. Introducción

A pesar de los avances en la investigación educativa y el desarrollo de tecnologías aplicadas al aula, la enseñanza de la geometría en los niveles básicos y medios continúa dominada por enfoques tradicionales. Predomina una transmisión de contenidos centrada en definiciones, fórmulas y procedimientos descontextualizados, donde el estudiante asume un rol pasivo frente al conocimiento geométrico. Esta práctica, arraigada en modelos instruccionales de corte expositivo, limita el desarrollo del pensamiento espacial, la visualización tridimensional y la capacidad de modelar situaciones reales mediante estructuras geométricas (Morales-Ramírez et al., 2025; Montes & Frausto, 2024).

A esta situación se suma una restricción estructural del currículo escolar: el escaso tiempo asignado a la geometría dentro de los planes de estudio. En muchas instituciones, los contenidos geométricos se abordan de manera superficial o fragmentada, relegados frente a otras áreas de las matemáticas consideradas prioritarias, como el álgebra o la aritmética. Esta brevedad temporal impide la consolidación de aprendizajes significativos y dificulta la implementación de secuencias didácticas. Esto limita oportunidades para la exploración, la argumentación y la construcción activa de conceptos (Castellanos, 2025; Bruno et al., 2023; Espinoza et al., 2021).

Por otro lado, la carencia de recursos educativos (tanto físicos como digitales) representa un obstáculo adicional para la enseñanza de la geometría. En numerosos contextos escolares, los docentes enfrentan limitaciones para acceder a materiales manipulativos, software especializado o entornos virtuales que faciliten la representación dinámica de objetos geométricos. Esta ausencia restringe las posibilidades de generar experiencias de aprendizaje multisensoriales, interactivas y contextualizadas, especialmente en lo que respecta a figuras tridimensionales (Reyes & Arnaud, 2024; Villón & Ortíz, 2024; Barrios & Delgado, 2023).

Con base en lo anterior, este trabajo tiene como propósito describir una secuencia didáctica innovadora que utiliza una naranja como recurso cotidiano para explorar el concepto de esfera de manera contextualizada y significativa, superando las limitaciones de la enseñanza tradicional de la geometría mediante el enfoque del modelo BARRISO.

2. Fundamentación Teórica

2.1. Enseñanza de la geometría y su didáctica

Diversos estudios en didáctica de la matemática han evidenciado que el aprendizaje de la geometría requiere de experiencias que involucren la manipulación de objetos, la representación en distintos registros semióticos y la vinculación con situaciones reales. En este sentido, la geometría no debe concebirse únicamente como un conjunto de contenidos formales, sino como una herramienta para interpretar el espacio, resolver problemas y desarrollar habilidades cognitivas complejas, como la abstracción, la inferencia y la argumentación (Barrios y Delgado, 2025; Espinales, 2025; Duval, 1993).

La didáctica de la geometría, por tanto, debe orientarse hacia la creación de ambientes de aprendizaje que favorezcan la interacción entre lo concreto y lo abstracto, lo visual y lo simbólico, lo cotidiano y lo matemático. El uso de recursos digitales, como software de geometría dinámica, simuladores tridimensionales y herramientas de modelado, permite ampliar las posibilidades de

representación y análisis. Asimismo, el diseño de secuencias didácticas contextualizadas, basadas en objetos del entorno puede potenciar la motivación estudiantil y generar vínculos significativos entre la matemática y la experiencia cotidiana (Briones y Herrera, 2024; Rodríguez-Nieto et al., 2022; Godino y Ruiz, 2002).

2.2. La esfera y sus elementos

La esfera es un cuerpo geométrico tridimensional definido como el conjunto de todos los puntos del espacio que equidistan de un punto fijo llamado centro. Esta distancia constante se denomina radio, y constituye el parámetro fundamental para describir sus propiedades métricas. A diferencia de otras figuras tridimensionales, la esfera se caracteriza por su simetría perfecta y su superficie continua, sin aristas ni vértices (Alsina, 2022). En la Figura 1 se presentan los elementos de una esfera como cuerpo geométrico representado virtualmente en GeoGebra.

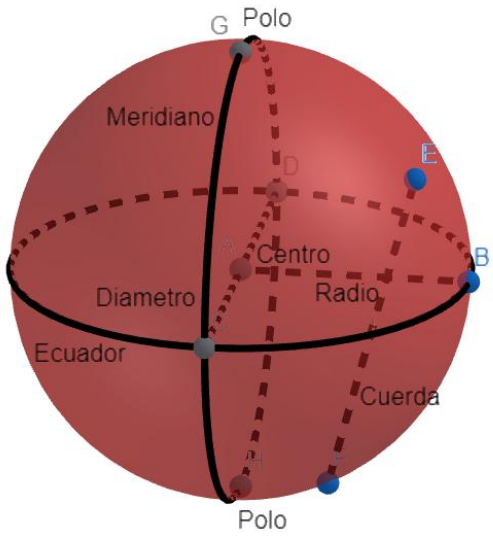


Figura 1. Elementos de una esfera representada en GeoGebra

2.3. El modelo pedagógico BARRISO

El modelo pedagógico BARRISO, propuesto por Barrios y Delgado (2025), surge como una respuesta contextualizada a las necesidades formativas en el campo de la geometría escolar, especialmente en los niveles de educación básica y media. Su propósito central es potenciar el desarrollo del pensamiento geométrico espacial en los estudiantes, mediante prácticas pedagógicas activas, reflexivas y situadas, que vinculen la experiencia cotidiana con el razonamiento formal.

Este enfoque reconoce que la enseñanza de la geometría no puede reducirse a la memorización de definiciones o fórmulas, sino que debe promover la visualización, construcción, argumentación y representación de conceptos geométricos en contextos reales y virtuales. El modelo propone la utilización de las *Acciones Pedagógicas en la Enseñanza de la Geometría* (APEG), las cuales son consideradas como estrategias que buscan sumergir a los educandos en experiencias significativas, inclusivas y adaptables. Entre dichas acciones pedagógicas se consideran las siguientes para la secuencia didáctica: i) exploración de elementos y figuras geométricas y, ii) diseño de modelo geométrico (Barrios y Delgado, 2025).

3. Metodología

Este trabajo se enmarca en un enfoque cualitativo de carácter teórico, orientado a la construcción y descripción de una secuencia didáctica contextualizada para la enseñanza de la esfera. No se busca la generalización estadística ni la validación empírica en un grupo de estudiantes, sino la fundamentación y diseño de una propuesta que sirva de referente para futuras implementaciones. El diseño adoptado corresponde a la investigación-acción de tipo descriptivo, entendida aquí como una aproximación metodológica que articula la reflexión pedagógica con la planificación docente (Finol y Arrieta, 2021; Niño, 2019; Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018). A partir de la revisión de referentes teóricos y de las Acciones Pedagógicas en la Enseñanza de la Geometría (APEG) del modelo BARRISO, se estructuró una secuencia en tres fases: exploración sensorial, medición y cálculo, y digitalización con herramientas tecnológicas. De esta manera, la metodología se centra en la construcción teórica y didáctica de la propuesta, que constituye una base para futuras adaptaciones y validaciones en contextos escolares reales.

3.1. Secuencia didáctica inicial: Exploración de la esfera

En el marco del modelo pedagógico BARRISO, se propone una secuencia didáctica inicial orientada al desarrollo del pensamiento geométrico espacial a partir de la exploración de la esfera como cuerpo tridimensional. Esta secuencia se estructura en tres fases progresivas que articulan la experiencia sensorial, el razonamiento métrico y la simulación digital, integrando recursos físicos y tecnológicos en coherencia con las dos APEG antes mencionadas.

La ***primera fase,*** se centra en la exploración sensorial de la esfera mediante el uso de una naranja como objeto representativo. Los estudiantes observan la fruta como una esfera, identifican sus partes y trazan sobre su superficie los elementos geométricos más relevantes, como la circunferencia ecuatorial, meridiano y los polos. Posteriormente, se procede al corte de un cuarto de la fruta, lo que permite visualizar internamente el centro, el radio y el diámetro. Esta actividad favorece la visualización espacial y la interpretación geométrica desde una experiencia concreta, vinculando el entorno cotidiano con conceptos matemáticos fundamentales.

En la ***segunda fase***, los alumnos aplican técnicas de medición directa utilizando una regla graduada para determinar el diámetro y radio de la naranja. A partir de estos datos, calculan el volumen de la esfera mediante la fórmula $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Esta fase promueve el razonamiento métrico, la representación matemática y el análisis de resultados, permitiendo a los estudiantes establecer relaciones entre las medidas reales y los modelos teóricos.

La ***tercera fase*** introduce la digitalización del modelo esférico mediante herramientas digitales como GeoGebra y realidad aumentada. Los educandos utilizan aplicaciones móviles o software especializado para construir una esfera digital con las características geométricas obtenidas en la fase anterior. Esta representación se superpone visualmente sobre la fruta real, permitiendo comparar proporciones, elementos y modelos geométricos. Es importante aclarar, que en esta fase se realiza la evaluación formativa, teniendo en cuenta: participación, registro de trazos, medición, cálculos y simulación digital. En la Figura 2 se muestra un esquema que describe la secuencia didáctica para el desarrollo de la propuesta desde el enfoque del modelo.

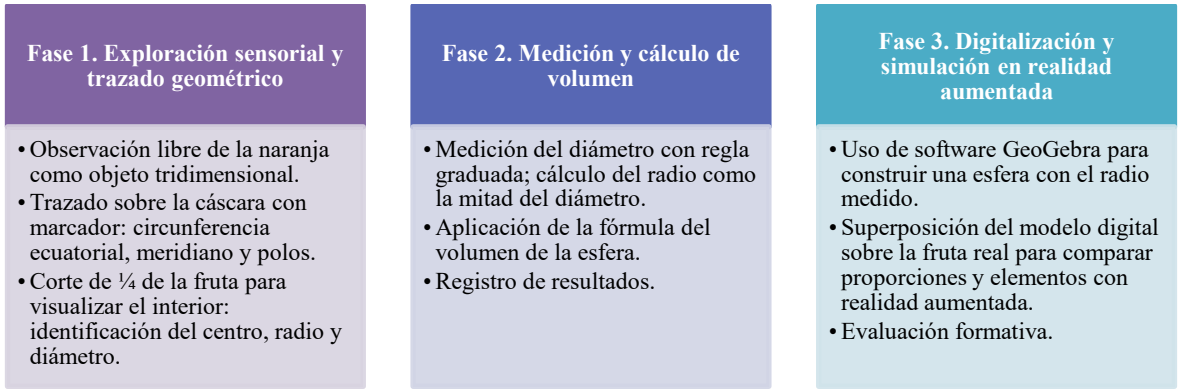


Figura 2. Secuencia didáctica para el estudio de la esfera desde el Modelo BARRISO.

4. Resultados y Discusión

Antes de presentar los resultados, es necesario precisar que este trabajo constituye una propuesta teórica de secuencia didáctica. Por ello, los resultados descritos no provienen de una aplicación empírica en un aula real, sino que corresponden a logros esperados y potencialidades identificadas a partir del análisis pedagógico y didáctico de la propuesta. Estos resultados se exponen con el propósito de orientar a los docentes en una posible implementación futura y de ofrecer un marco de referencia para investigaciones posteriores que validen su impacto en contextos escolares concretos.

La secuencia didáctica basada en el análisis geométrico de una naranja como objeto cotidiano se perfila como una estrategia capaz de transformar la enseñanza tradicional de la esfera, generando aprendizajes contextualizados, significativos y mediados por la tecnología. A lo largo de las tres fases propuestas, se espera que los estudiantes desarrollen habilidades espaciales, argumentativas y digitales, en coherencia con los principios del modelo BARRISO.

En la primera fase, se espera que los estudiantes manipulen la naranja, tracen sobre su superficie y realicen cortes que les permitan identificar de manera concreta el centro, el radio y el diámetro. Esta experiencia sensorial favorece la curiosidad, estimula la observación crítica y vincula el conocimiento geométrico con situaciones de la vida cotidiana, superando la abstracción excesiva de los enfoques tradicionales (Morales-Ramírez et al., 2025; Montes & Frausto, 2024). La Figura 3 muestra una representación detallada de los principales elementos de la esfera, entre ellos el ecuador, los meridianos, los polos, el centro, el radio y el diámetro.



Figura 3. Identificación de los elementos que componen la esfera utilizando una naranja.

En la segunda fase, se pretende que los estudiantes midan la naranja, calculen su volumen mediante las fórmulas adecuadas y contrasten los procedimientos matemáticos con las observaciones empíricas realizadas sobre la naranja. Esta etapa busca promover una apropiación progresiva del lenguaje geométrico, así como el desarrollo de la capacidad para justificar procedimientos y contrastar resultados en contextos cercanos a su experiencia (Castellanos, 2025; Bruno et al., 2023). La Figura 4 ilustra los procedimientos propuestos para la medición y el cálculo aproximado del volumen de la naranja.



Figura 4. Proceso de medición y cálculo aproximado del volumen de la naranja.

Finalmente, en la tercera fase, se pretende que los estudiantes utilicen herramientas virtuales para construir modelos digitales de la esfera, comparar proporciones y analizar las diferencias entre la forma ideal y la forma física del objeto. Esta etapa está diseñada para fortalecer la visualización tridimensional, el pensamiento crítico y la integración de tecnologías emergentes en el aula (Villón & Ortíz, 2024; Barrios & Delgado, 2023). La Figura 5 muestra el proceso propuesto de simulación tridimensional de la esfera en GeoGebra 3D, incorporando la opción de realidad aumentada para su visualización en este entorno. Este recurso facilita la comparación directa entre la forma real de la naranja y la esfera ideal.

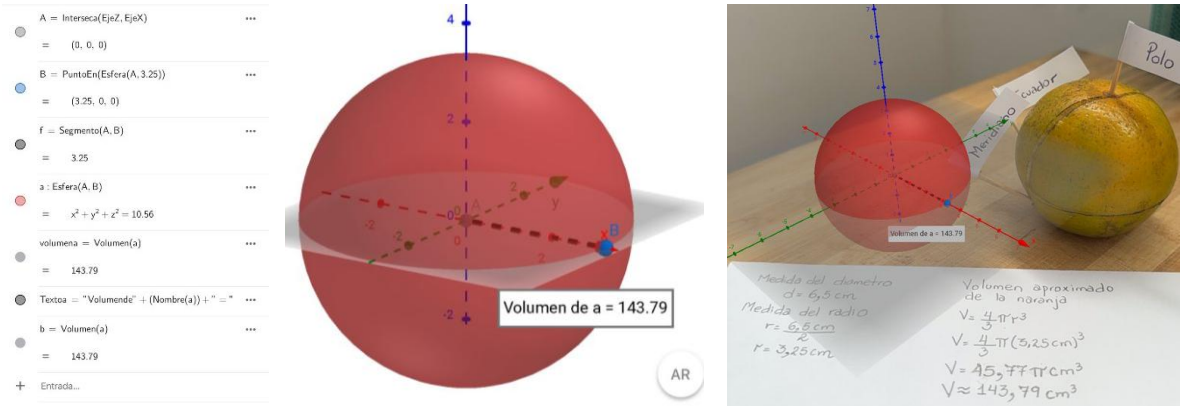


Figura 5. Simulación de la esfera en GeoGebra 3D con las medidas obtenidas de la naranja.

En términos generales, se espera que el enfoque BARRISO, al articular las APEG, promueva la autonomía cognitiva y vincule el saber con la acción, potenciando así la comprensión profunda de los

conceptos geométricos. La secuencia didáctica está concebida para favorecer la construcción de significados, estimular el diálogo argumentativo y facilitar la transferencia de aprendizajes, consolidando una práctica docente innovadora, reflexiva y situada (Barrios y Delgado, 2025; Castellanos, 2025).

5. Conclusiones

El uso de la naranja como objeto cotidiano permite a los estudiantes construir significados geométricos desde la experiencia directa, favoreciendo la comprensión de la esfera como cuerpo tridimensional más allá de su representación abstracta. Esta estrategia potencia la conexión entre el saber escolar y el entorno inmediato, alineándose con los principios de contextualización del modelo BARRISO.

La incorporación de herramientas como GeoGebra 3D y la simulación digital en la tercera fase de la secuencia didáctica fortalece la visualización espacial, el pensamiento crítico y la apropiación de recursos tecnológicos como mediadores del aprendizaje. Esta integración promueve una cultura matemática más dinámica, exploratoria y acorde con los desafíos contemporáneos de la enseñanza. Además, las fases fomentan la autonomía, la argumentación y la reflexión metacognitiva, posicionando al docente como mediador y al estudiante como constructor activo del conocimiento. El enfoque BARRISO permite estructurar experiencias didácticas que articulan teoría, práctica y tecnología en un marco de desarrollo progresivo y situado.

Aunque la secuencia didáctica está orientada a fomentar la motivación, la comprensión geométrica y la integración de tecnologías, su implementación presenta algunas limitaciones que es necesario considerar. Entre ellas se destacan la disponibilidad desigual de dispositivos digitales en algunos contextos escolares, la necesidad de formación docente específica para el uso pedagógico de herramientas como la realidad aumentada, y el tiempo requerido para desarrollar cada fase con profundidad. La variabilidad en las formas y tamaños de las naranjas puede generar imprecisiones en las mediciones, lo que exige una orientación cuidadosa para evitar confusiones conceptuales. Estas limitaciones no invalidan la propuesta, pero sí invitan a considerar ajustes, apoyos y estrategias complementarias para su aplicación efectiva en diversos entornos educativos.

Finalmente, la propuesta tiene un alto grado de transferibilidad, ya que puede adaptarse al uso de otros objetos cotidianos (como esferas de poliestireno expandido, balones o pelotas) que permiten ampliar las posibilidades de exploración y contextualización de la geometría en el aula.

Bibliografía

Alsina, C. (2022). *Geometría y diseño* (1.ª ed.). Los Libros de la Catarata.

Barrios, L. M., & Delgado, M. J. (2023). Realidad aumentada en la enseñanza de la geometría: percepción del docente. *Encuentro Educacional*, 30(1), 103-124. https://doi.org/10.5281/zenodo.8105016

Barrios, L. M., & Delgado, M. J. (2025). Modelo Pedagógico BARRISO para el Desarrollo del Pensamiento Geométrico Espacial. *Encuentro Educacional*, 32(1), 10-27. https://doi.org/10.5281/zenodo.15665563.

Briones, Y. Y., & Herrera, C. J. (2024). Desafíos en la enseñanza de la Geometría a nivel superior mediante enfoque por competencias. *Wani Revista del Caribe Nicaragüense*, (81), 1-18. https://doi.org/10.5377/wani.v1i81.1846

Bruno, A., Gil-Clemente, E., Gutiérrez, A., Jaime, A., & Polo-Blanco, I. (2023). Pensemos en unas matemáticas para todo el alumnado. *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (1.ª ed.). Universidad de Granada. https://editorial.ugr.es/libro/aportaciones-al-desarrollo-del-curriculo-desde-la-investigacion-en-educacion-matematica_139289/

Castellanos, V. (2025). Manual de Secuencias Didácticas de Geometría Analítica Plana Implementando las Tecnologías de la Información y la Comunicación. *Revista Veritas de Difusão Científica*, *6*(1), 2016–2030. https://doi.org/10.61616/rvdc.v6i1.494

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, 37-65. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf

Espinales, C. A. (2025). Importancia de la aplicación de la Teoría de Representaciones Semióticas en el aprendizaje de la Geometría Analítica. *Revista Los Pitagóricos*, *1*(1), 28–46. https://doi.org/10.63510/30801222.v1i1.5

Espinoza, F., Rendon, J. I., & Ching, J. Y. (2021). Geometría, tecnología y experiencia en la enseñanza de arquitectura. *Espacios*, 42(09), 12-31. https://www.revistaespacios.com/a21v42n09/21420902.html

Finol, M. y Arrieta, X. (2021). Métodos de investigación cualitativa. Un análisis documental. *Encuentro Educacional*, 28(1), 9-28. https://doi.org/10.5281/zenodo.8169472

Godino, J. D., & Ruíz, F. (2002). Geometría y su didáctica para maestros. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. https://digibug.ugr.es/handle/10481/95698

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativas, cualitativas y mixtas*. McGrawHill.

Montes, F., & Frausto, M. (2024). Origami, estrategia didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría. *Revista de Investigación Científica y Tecnológica*, *5*(1), 4-18. https://revista.serrana.edu.py/rict/article/view/255

Morales-Ramírez, G., Pino-Fan, L. R., Lugo Armenta, J. G., & Caviedes Barrera, S. L. (2025). Razonamiento geométrico promovido en tareas de libros de texto de educación secundaria de Chile. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (27), 67–85. https://doi.org/10.35763/aiem27.5881

Niño, V. (2019). *Metodología de la investigación. Diseño, ejecución e informe* (2.ª ed.). Ediciones de la U.

Reyes, K. A., & Arnaud, L. J. (2024). Uso de la tecnología en la enseñanza de la geometría en el nivel secundario. *Revista Científica Horizontes Multidisciplinarios*, *1*(2), 59-67. https://funtedcol.com.co/revista/index.php/Rhomu/article/view/11

Rodríguez-Nieto, C. A., Velásquez-Calderón, D., Muñoz-Orozco, A., Mercado-Porras, K., & Cervantes-Barraza, J. (2022). Investigando las conexiones etnomatemáticas entre las formas de quesos y tambores musicales en Chilpancingo, México. Una contribución a la didáctica de la geometría. *Journal of Mathematics and Culture*, *16*(1), 119-152. https://journalofmathematicsandculture.wordpress.com/2022/01/08/journal-of-mathematics-and-culture-volume-16-number-1/

Villón, V. L., & Ortíz, W. (2024). Recursos digitales para el aprendizaje de la geometría plana, en los estudiantes del octavo año de la educación general básica. *Sinergia Académica*, 7(Especial 5), 346-380. https://doi.org/10.51736/y2na4y58

Luis Manuel Barrios Soto. Doctor en Ciencias Humanas y Magister en Matemáticas, mención docencia de la Universidad del Zulia. Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Atlántico. Maestro titular de la Institución Educativa Distrital La Salle y docente catedrático de la Institución Universitaria de Barranquilla. Línea de investigación en didáctica de las matemáticas, con varios artículos y comunicaciones publicados. Correo electrónico: lmbs19@hotmail.com, Barranquilla – Colombia.

Xiomara Arrieta. Doctora en Ciencias Humanas. Postdoctorado en Ciencias Humanas. MSc. en Matemática Aplicada. MSc. en Ciencias Aplicadas Área Física. Lcda. en Educación, mención Ciencias Matemáticas. Profesora Titular de la Universidad del Zulia e Investigadora PEII Nivel C. Línea de investigación en didáctica de las matemáticas y de las ciencias naturales, con varios artículos y comunicaciones publicados. Correo electrónico: xarrieta2410@yahoo.com. Maracaibo – Venezuela.